

2. 有限円筒状物体の水中落下運動の解析

野 本 昌 夫*¹ 堀 田 宏*² 服 部 陸 男*²

縮尺模型の3分力試験によって直径に対する長さの比が異なる2種の円筒の流力特性を得た。次に流力特性試験結果をもとに縮尺模型に関する水中落下運動の数値シミュレーションを実施した。同時に縮尺1/60のフルード模型を実際に製作し、水中の落下試験を行った。その結果、両者はよく一致した。そこで、数値シミュレーションを実物に拡張し、実物円筒（A型、径1.3m×高さ1.4m、4.6t；B型、径0.8m×高さ1.2m、1.1t）の深度300mまでの落下運動状況を推定した。

Dynamics of Underwater Falling Circular Cylinders

Masao Nomoto*³ Hiroshi Hotta*⁴ Mutsuo Hattori*⁴

Equations of motion were solved numerically for two types of circular cylinders having different ratios of length to diameter.

Hydrodynamic characteristics, necessary for solving the equations were determined by model towing tests. At the same time small model falling tests were performed to compare the results to those of numerical simulations. The results of both methods agreed satisfactorily. Then the numerical simulations were extended for circular cylinders of actual size to determine their underwater falling motions.

1. ま え が き

本研究は、昭和50年度に当センターが、日本原子力研究所の委託を受けて実施した、“廃棄物固化体の深海投棄に関する研究”の中で行ったものであり、廃棄物固化体の海中落下状況を推測することを目的としている。

対称とした実物の円筒容器は、A型（1300φ×1400mm、重量、約5t）、B型（800φ×1200mm、重量、約1t）であり、これら2種類の円筒容器に関して、運動方程式を解き、海中における落下状況を予測するとともに、フルード模型による水槽落下試験を実施し、両者を比較した。なお、運動方程式は鉛直面内の二次元とし、これを解くに当たって必要な容器の流力特性は、当センターの波動水槽を用いた曳航式3分力試験によって得た。計算結果と試験結果はよく一致し、これによって円筒状物体の水中落下状況を推測することができた。また、直径と高さの比率による運動状況の相違も

指摘された。

2. 固化体落下運動の数値シミュレーション

2.1. シミュレーションの概要

本試験では、鉛直面内の二次元運動のシミュレーションを行った。

運動方程式は固化体の幾何学中心に固定された運動座標系で表わし、静的流力特性試験で得られたデータに基づいて計算を実施した。固化体に働く、流体力のうち、流れの乱れによる非定常力、渦による起振力は考慮していない。また、固化体の付加質量、付加慣性モーメントおよび回転における減衰係数は、本試験では測定していないので、過去の研究で得られているものを若干修正して用いた。

2.2. 使用記号（図1 および表1 参照）

X_G = 固化体重心のX座標

Z_G = 固化体重心のZ座標

X_B = 固化体浮心のX座標

Z_B = 固化体浮心のZ座標

*¹ 海洋保全技術部 *² 海洋利用技術部

*³ Marine Conservation Technology Department

*⁴ Marine Utilization Technology Department

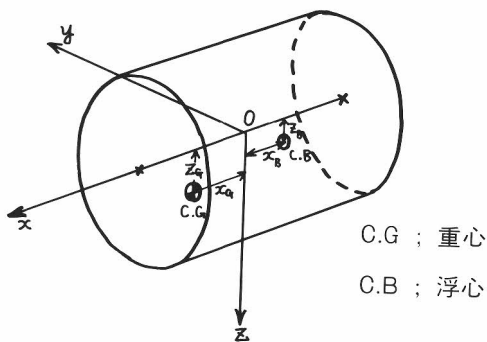


図1 円筒固定座標
Body axes

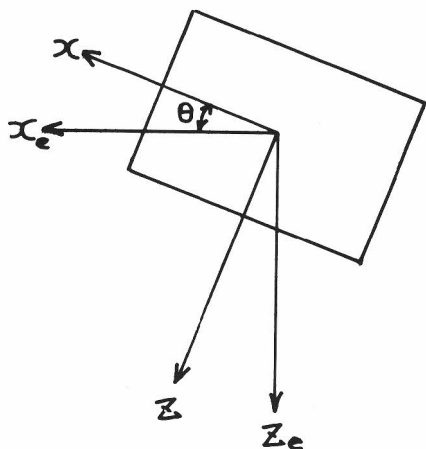


図2 地球座標と円筒固定座標
Earth axes

表1 二つの座標系間の方向余弦

Direction Cosines between two coordinate systems

	Xe	Ze
X	CosD	-Sin D
Z	Sin D	Cos D

θ = 水平方向とX軸のなす角, 図1の向きを正にとる

M = 固化体質量

I_y = 固化体 y 軸の回りの慣性モーメント

$\dot{U}_x$ = X 方向加速度

$\dot{U}_z$ = Z 方向加速度

$\dot{q}$ = y 軸回りの角加速度

U_x = X 方向速度

U_z = Z 方向速度

q = y 軸回りの角速度

F_x = X 方向に働く流体力

F_z = Z 方向に働く流体力

M_y = y 軸回りに働く流体力のモーメント

A_{11} = X 方向並進の付加質量

ρ_B = 固化体の密度

V = 固化体の体積

A_{13} = X 方向並進による Z 方向の並進の付加質量

A_{15} = X 方向並進による y 軸回りの回転の付加慣性モーメント, または y 軸回りの回転による X 方向並進の付加質量

A_{33} = Z 方向並進の付加質量

A_{35} = Z 方向並進による y 軸回りの回転の付加慣性モーメント, または y 軸まわりの回転による Z 方向並進の付加質量

A_{55} = y 軸回りの回転付加慣性モーメント

W = 重力

B = 浮力

S = 固化体代表面積

b = 固化体の高さ

F_{fx} = X 方向に働く流体力のうち, 慣性力を除いたもの

F_{fz} = Z 方向に働く流体力のうち, 慣性力を除いたもの

M_{fy} = y 軸回りの流体力のモーメントのうち, 慣性力によるものを除いたもの

S = 周囲の流体の密度

$C_x = F_{fx}$ の無次元係数

$C_z = F_{fz}$ の無次元係数

$C_{in} = M_{fy}$ の無次元係数

2.3. 運動方程式

運動方程式は, 図1のように, 固化体の幾何学中心に固定した座標系で表記する。

また, 地球固定座標 (慣性座標系と考える) で水平方向に X_e , 鉛直方向に Z_e をとると, 固化体が傾斜した場合の両座標系間の方向余弦は, 表1の

ようになる。

上記固化体座標における運動方程式は、
並進：

$$m \begin{pmatrix} \ddot{U}_x + U_z \dot{q} \\ \ddot{U}_z - U_x \dot{q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -X_G \dot{q}^2 + Z_G \dot{q} \\ -Z_G \dot{q}^2 - X_G \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

回転：

$$I_y \ddot{q} + m \{ Z_G (\ddot{U}_x + q U_z) - X_G (\ddot{U}_z - q U_x) \} = M_y$$

ただし

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} A_{11} \ddot{U}_x + A_{13} \ddot{U}_z + A_{15} \dot{g} \\ A_{33} \ddot{U}_z + A_{13} \ddot{U}_x + A_{35} \dot{g} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -g (A_{33} U_z + A_{13} U_x + A_{35} g) \\ g (A_{11} U_x + A_{13} U_z + A_{13} g) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{fx} \\ F_{fz} \end{pmatrix} + (W - B) \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$M_y = - (A_{55} g + A_{15} \ddot{U}_x + A_{35} \ddot{U}_z) + A_{35} U_x g - A_{15} U_z g + M_{fy} + \{ (-W X_G + B X_B) \cos \theta - (W Z_G + B Z_B) \sin \theta \} \quad (3)$$

整理して書き直すと、

$$[I] \dot{V} = g \cdot [A] \cdot V + F_f + W + B \quad (4)$$

ただし、[I] は縦運動（鉛直面内の運動）における慣性テンソルである。

$$[I] = \begin{pmatrix} m + A_{11} & m Z_G + A_{15} & A_{13} \\ A_{13} & I_y + A_{55} & A_{35} \\ A_{15} & -m X_G + A_{35} & m + A_{33} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\dot{V} = \begin{pmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{q} \\ \dot{U}_z \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$V = \begin{pmatrix} U_x \\ q \\ U_z \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$F_f = \begin{pmatrix} F_{fx} \\ M_{fy} \\ F_{fz} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \rho (U_x^2 + U_z^2) \cdot S \begin{pmatrix} C_x \\ C_m \cdot b \\ C_z \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$W = W \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ -X_G \cos \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$B = B \begin{pmatrix} \sin \theta \\ X_B \cos \theta \\ -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$[A] = \begin{pmatrix} -A_{13} & (m X_G - A_{35}) q & -(m + A_{33}) \\ A_{35} & 0 & -A_{15} \\ m + A_{11} & (m Z_G + A_{15}) q & A_{13} \end{pmatrix} \quad (11)$$

2.4. 静的流力特性試験

2.4.1. 試験方法

固化体の水中落下運動を調べるには、固化体がいろいろな姿勢、速度で落下するとき、水から受ける力とモーメントの大きさと方向を知る必要がある。このため、模型による静的流力特性試験を行った。

試験方法は図3に示す。

固化体の模型を後方からスティングで支持し、これを3分力検出器に取付け、水槽中を走行し、模型の姿勢角を種々変更し、力とモーメントを測定した。

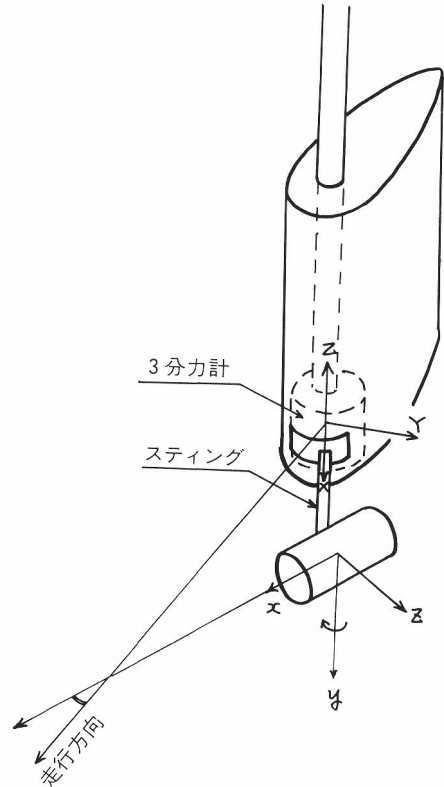


図3 試験方法

Test

2.4.2. 使用記号

X, Y, Z = 天秤固定座標

x, y, z = 模型固定座標

α = 模型の迎角, 進行方向とX軸のなす角

F_x = X 方向に働く流体力

F_z = Z 方向に働く流体力

M_y = y 軸回りの回転モーメント, 右ねじの方向を正にとる

C_x = X 方向に働く流体力の無次元係数

C_z = Z 方向に働く流体力の無次元係数

C_m = y 軸回りの回転モーメントの無次元係数

U = 模型の曳航速度

ρ = 水 (水槽水) の密度

S = 無次元化用面積 (= $a b$)

ただし, a は円筒の直径, b は円筒の高さとする。

2.4.3. 測定量

図1に示すように, 模型の2底面の中心を結ぶ直線をX軸とする。符号は図3の矢印の方向をすべて正とする。本試験では, X方向とZ方向の力 F_x , F_z , 及びy軸回りのモーメント M_y を測定した。測定値は次のように無次元化して整理した。

$$\left. \begin{aligned} C_x &= \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U^2 S} \\ C_z &= \frac{F_z}{\frac{1}{2} \rho U^2 S} \\ C_m &= \frac{M_y}{\frac{1}{2} \rho U^2 S} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

2.4.4. 供試模型

模型は塩化ビニール製で, 寸法は表2に示す。

これをスティングによって後方から支持し, 3分力検出器に固定した (図3参照)。

表2 供流模型の寸法

Dimensions of the models

模型の種類 Model	高さ (mm) height (H)	直径 (mm) diameter (D)	$f = H/D$
A 型	129	120	1.1
B 型	192	120	1.6

2.4.5. 試験結果

円筒容器模型A, ($f = 1.1$), B, ($f = 1.6$), の2種類について試験を行った。

得られたデータは, 3分力検出器の固定座標で表示されているので, スティングの影響分を差引き, 模型, 固定座標に変換し, $\rho U^2 S / 2$ で割って無次元係数 C_x , C_z , C_m , を計算した。その結果は, 図4および図5に示す。

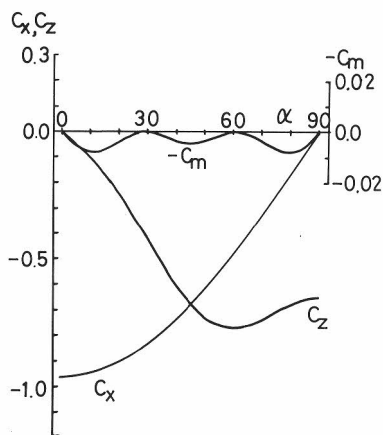


図4 A型円筒模型の静的流力特性

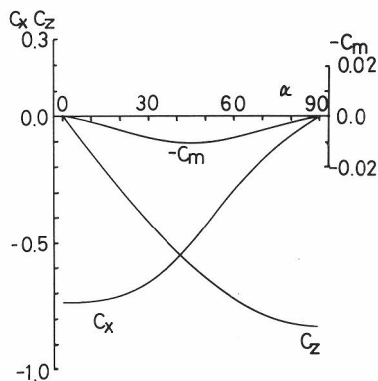


図5 B型円筒模型の静的流力特性

これらのデータは, シミュレーションで使用するため, 近似曲線を最小自乗法で計算した。得られた近似曲線は以下の通りである。

円筒容器模型A (図4参照) :

$$C_x = A \cos \alpha$$

ただし $A = -0.962$ である。

$$C_z = A \sin \alpha + B \sin 3\alpha + C \sin 5\alpha$$

ただし, $A = -0.800, B = -0.065,$

$C = +0.089$ である。

$$C_m = A \sin 2\alpha + B \sin 6\alpha + C \sin 10\alpha$$

ただし, $A = +0.00424, B = +0.00$

$324, C = +0.000393$ である。

円筒容器模型B (図5参照) :

$$C_x = A \cos \alpha + B \cos 3\alpha + C \cos 5\alpha$$

ただし, $A = -0.727, B = -0.047,$

$C = +0.037$ である。

$$C_z = A \sin \alpha$$

ただし, $A = -0.833$ である。

$$C_m = A \sin 2\alpha + B \sin 6\alpha$$

ただし, $A = +0.0955, B = -0.00$

776 である。

2.4.6. 試験結果

B型模型では、迎角 α をとった姿勢でモーメントが正になる。

これは落下運動において、B型は底面を横に向けて落下しようとすることを意味する。A型では落下姿勢を支配するモーメントがゼロに近く、安定性が弱いことを表わしている。したがって、A型の形状は流れの擾乱によって回転運動を起こしやすいと考えられる。

2.5. 初期条件 (図6および表3参照)

計算は、それぞれの固化体について、縦位置、横位置および斜めの状態で投下した場合について行った。ここで、縦、横および斜めの意味は、次の通りである。

縦; $\theta_0 = 85^\circ$ 横; $\theta_0 = 5^\circ$ 斜め; $\theta_0 = 43^\circ$
また、いずれの場合も、初速度はゼロとしている。

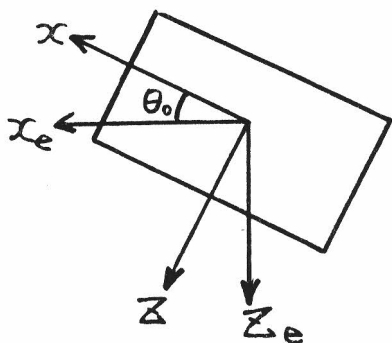


図6 初期条件

表3 定数一覧

Constants for numerical Simulation

試験体 項目Item	A型模型 Model A	B型模型 Model B	A型実物 A type actual object	B型実物 B type actual object
質量m (kg)	0.0887	0.0155	4630	1090
直径a (m)	0.026	0.016	1.3	0.8
高さb (m)	0.028	0.024	1.4	1.2
重心のX座標 X_G (m)	0	0	0	0
重心のZ座標 Z_G (m)	0	0	0	0
浮心のX座標 X_B (m)	0	0	0	0
浮心のZ座標 Z_B (m)	0	0	0	0
A_{11} / SV	0.6	0.55	0.6	0.6
A_{13} / SV	0	0	0	0
A_{15} / SVS	0	0	0	0
A_{33} / SV	0.8	0.88	0.8	0.88
A_{35} / SVS	0	0	0	0
$A_{55} / (S/S_B) I_G$	0.25	0.33	0.25	0.33
ピッチ 減衰係数	0.3	0.45	0.1	0.15

2.6. 計算結果

計算結果をX-Yプロッターによって分解写真的に出力したものを図7および図8に示す。

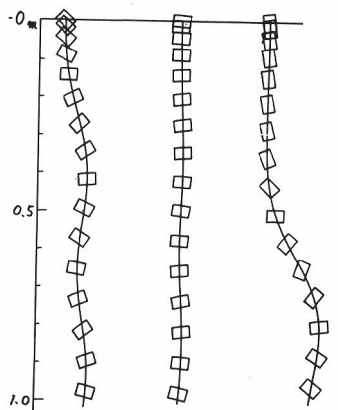


図7 A型模型の数値シミュレーション結果

Falling motion of a type model (numerical simulation)

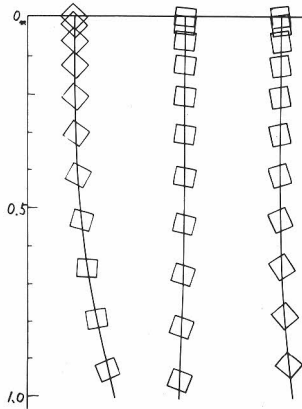


図8 B型円筒模型の数値シミュレーション結果
Falling motion of B type model (numerical simulation)

これらの図において、水平および深度のスケールに対し、円筒模型の絵は大きさを2倍に拡大して描いてある。又、図の曲線は固化体重心の軌跡を表わし、模型の絵は0.1sおきに書かせた。

3. 水槽落下試験

3.1. 試験方法

力学的相似性を満足するように製作された固化体の模型を、縦90cm、幅および奥行き45cmのアクリル製水槽中で、いろいろな初期条件のもとに落下させ、その運動をストロボスコープで追跡した。

その結果は落下運動の分解写真として得られ、計算機シミュレーションの結果と容易に比較することができる。

3.2. 使用記号

- U = 固化体実物の落下速度
- M = 固化体実物の質量
- V = 固化体実物の体積
- L = 固化体実物の代表長さ
- ρ_s = 海水密度
- ρ_T = 水槽水密度
- g = 重力の加速度
- C_{DR} = 固化体実物の抵抗係数
- S_R = 固化体実物の代表面積(= $A_R \times B_R$)
ただし、 A_R = 実物の直径、 B_R = 実物の高さである。
- u = 固化体模型の落下速度
- m = 固化体模型の質量
- v = 固化体模型の体積
- l = 固化体模型の代表長さ

S_M = 固化体模型の代表面積 = $a_M \times b_M$

ただし、 a_M = 模型の直径

b_M = 模型の高さ

C_{DM} = 固化体模型の抵抗係数

Re = レイノルズ数 (= $\frac{UD}{\nu}$)

ただし、 U = 速度、 D = 代表的な長さ、 ν = 流体の動粘性係数である。

t = 時間

X = 落下距離

U_∞ = 模型落下平衡速度

m' = 仮想質量

3.3. 水模落下試験用フルード模型

運動に関して、実物とフルード数が一致するように作られた模型をフルード模型という。

落下の並進運動について、フルード数を合わせるためには、実物の運動と模型の運動は次の関係を満足しなければならない。

$$\frac{C_{DR} \cdot \rho_s U^2}{g L} = \frac{C_{DM} \cdot \rho_T U^2}{g l} \quad (15)$$

(15式より、

$$U = U \sqrt{\frac{1}{L} \cdot \frac{C_{DR}}{C_{DM}} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_T}} \quad (16)$$

本実験は実物の $\frac{1}{30}$ の模型で行うので、 $1/L = 0.02$ を(16式)に代入し、計算すると、模型の水槽落下における平衡速度は表4に示す。

表4 模型の落下平衡速度の推定値

Estimated falling velocities of the models

模 型	平衡速度(m / S)
Model	Velocity
A 型	1.41
B 型	0.79

模型の抵抗係数 C_{DM} に、次の通りである。

$$C_{DM} \begin{cases} \text{A 型} \cdots \cdots \cdots 1.0 \\ \text{B 型} \cdots \cdots \cdots 0.9 \end{cases}$$

その結果、 $\frac{1}{30}$ フルード模型の諸元は表5のようになる。

表5 フルード模型、寸法

Dimensions of froud models

模型の種類	直径(mm)	長さ(mm)	重量(g)
A 型	26	28	88.7
B 型	16	24	15.5

次にこれらの模型を用い、水槽落下試験を行ったときの模型が回転運動をせずに鉛直に落下するとして、平衡速度に達するに必要な時間と落下距離を計算する運動方程式は、次の通りである。

$$(m+m')\frac{dU}{dt} + C_{DM}\frac{1}{2}\rho_T S_M U^2 = (m-\rho_T V)g \quad (17)$$

(17式を積分すると、次のようになる。

$$t = \frac{m+m'}{2C_{DM}\frac{1}{2}\rho_T S_M(m-\rho_T V)g} \ln \frac{1+U_\infty}{1-U_\infty} \quad (18)$$

ただし、 U_∞ は平衡速度で、次式で表わされる。

$$U_\infty = \frac{2(m-\rho_T V)g}{C_{DM}\rho_T S_M} \quad (19)$$

(18式は時間の経過と共に落下速度 U が漸次的に平衡速度 U_∞ に近づくことを意味する。

今、 $u/\infty=0.9$ をもって平衡に達したと見なせば、これに要する時間 t は、次の通りである。

$$t = \begin{cases} \text{A型模型: } 0.48\text{s} \\ \text{B型模型: } 0.32\text{s} \end{cases}$$

落下距離は(18式をさらに積分すると、つぎのようになる。

$$X = \frac{m+m'}{C_{DM}\frac{1}{2}\rho_T S_M} \ln \left\{ \cosh \left(\frac{\sqrt{C_{DM}\frac{1}{2}\rho_T S_M(m-\rho_T V)g}}{m+m'} t \right) \right\} \quad (20)$$

(20式によれば、落下距離 X は、次のようになる。

$$X = \begin{cases} \text{A型模型: } 0.74\text{m} \\ \text{B型模型: } 0.26\text{m} \end{cases}$$

以上の計算で固化体の横揺れを考慮しなければ、水槽の深さは80cm程度で十分であると考えられる。本試験で用いた水槽は、高さ90cm、幅および奥行45cmである。

3.4. 試験結果

写真1～写真6には写真撮影結果を示す。

写真は同じ投下の初期条件について10数枚ずつ撮影し、各ケースのうち、最もよいものだけを選んで、ここに掲載した。ストロボスコープの発光間隔は、A型模型では0.04s、B型では0.03sである。

写真の中で水槽の右側に張付けた物尺は、1目盛が1cmである。投下の初期条件は、縦向き、横向き、および斜めで、いずれも初速度はゼロである。

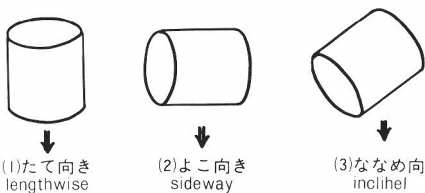


図9 投下時の姿勢 Initial altitudes of falling models

4. 模型落下試験結果

(1)A型模型:

(a)横向きの投下: 水槽の底につくまでの範囲では横揺れはあまりない。(写真1参照)

(b)斜めの投下: 若干横揺れ振動が増す。

(c)縦向きの投下: 水平方向にかなりずれて落下し、このあと固化体が回転を起こすか、元の姿勢へもどるか、この水槽の高さの範囲では判断できない。

(2)B型模型:

安定に落下し、どのような姿勢で投下しても確実に横向きの姿勢へ復元する。

(3)実験全般の概況:

写真1から写真6の中の(b)は側面から固化体の落下の様子を撮影したものである。いずれの場合もほぼまっすぐに落下し、投下時の初期条件がよければ、落下運動は二次元空間内の運動と考えてよいことがわかる。

5. 実物の海中落下運動の推定

5.1. 実物の落下平衡速度の推定

抵抗係数は無限円柱がその軸に垂直な方向に一定速度で運動する時のものとする。が、レイノルズ数 ($Re = VD/\nu$, ここで V は速度、 D は代表長さ、 ν は流体の動粘性係数を示す) の関数である(図10参照)。

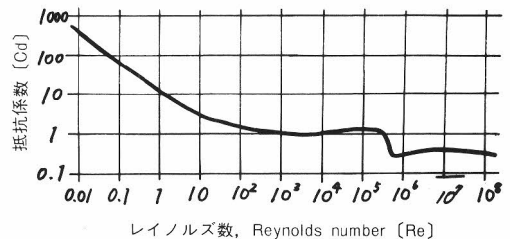


図10 円柱の抵抗係数とレイノルズ数の関係

Drag coefficient of circular cylinder versus Reynolds' number

固化体の落下平衡速度は、次式で計算される。

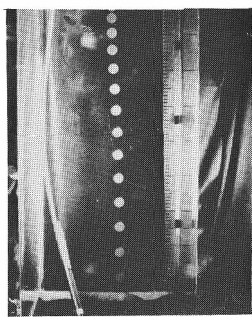
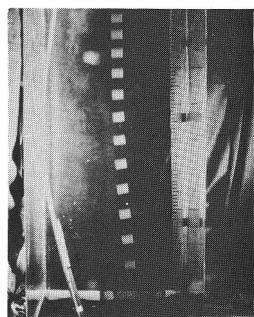
$$V = \frac{2(M - \rho_s V)g}{C_{DR} \rho_s S_R} \quad (21)$$

(21式から、表6の結果を得る。

表6 実物の落下平衡速度推定値

Estimated falling velocities of the actual objects

実物の型 actual object	平衡速度 velocity (m/s)
A 型	10.0
B 型	5.6

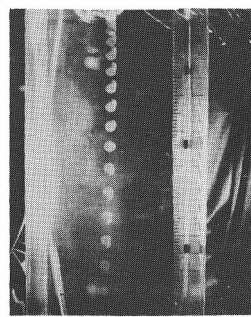
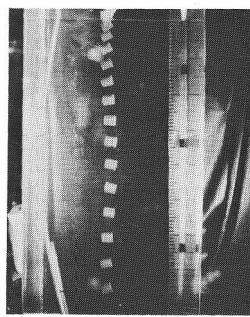


(a) 正面 front view

(b) 側面 side view

写真 1 A 型模型 横向き投下

falling test (Model A type-sideway)

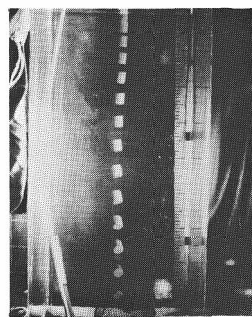
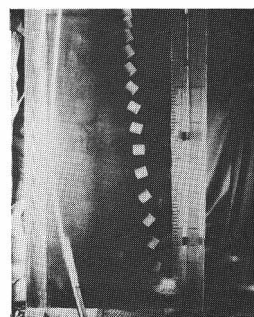


(a) 正面 front view

(b) 側面 side view

写真 2 A 型模型 ななめ向き投下

falling test (Model A type-inclined)

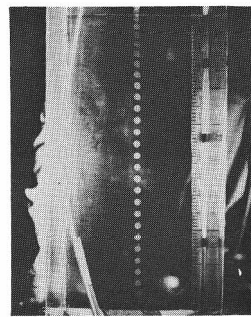
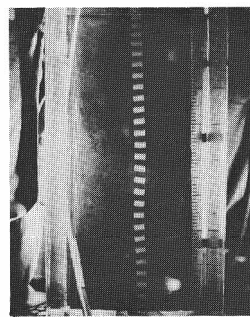


(a) 正面 front view

(b) 側面 side view

写真 3 A 型模型 縦向き投下

falling test (Model A type-lengthwise)

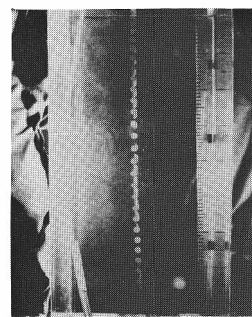
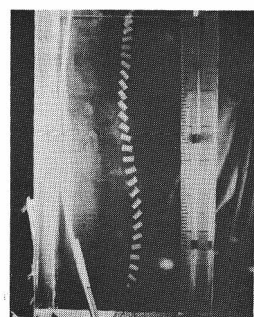


(a) 正面 front view

(b) 側面 view

写真 4 B 型模型 横向き投下

falling test (Model B type-sideway)

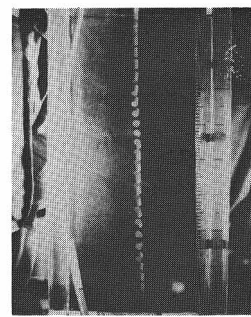
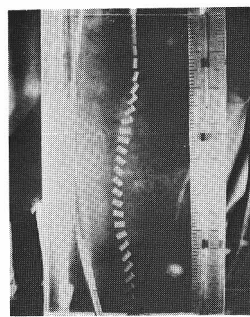


(a) 正面 front view

(b) 側面 side view

写真 5 B 型模型 ななめ向き投下

falling test (Model B type-inclined)



(a) 正面 front view

(b) 側面 side view

写真 6 B 型模型 縦向き投下

falling test (Model B type-lengthwise)

また、このときのレイノルズ数は、A 型容器 5.5×10^6 , B 型容器, 42×10^6 であり、また抵抗係数は約 0.3 であった。

5.2. シミュレーションによる実物容器の海中落下状況予測

きわめてあらい計算ではあるが、前項で、実物の落下運動では、レイノルズ数の影響で、抵抗係数が 0.3 程度と計算された。これは模型の流力特性試験の結果の 0.3 倍程度である。そこで実物の流力係数には、模型試験で得られたものに 0.3 乗じたものを用いた。

5.3. シミュレーション結果

深度 400m までのシミュレーション結果を運動の安定性などの点で、最も興味ある次の二つの場合を図11に示す。

この実験の初期条件は、B 型模型および A 型模型は縦位置投下である。B 型はきわめて安定に横になって落下し、A 型はかなり大きな振幅で水平方向に変位する。しかし今回の投下条件では回転運動には致らなかった。ただし、もともと落下姿勢を保つためのモーメントが小さいので、例えば投下時に回転運動をもっていると、落下中に一方方向に回転を続け、斜め下方に落下していく可能性も十分にある。

本研究の中で行った数値計算には I B M 360-195 および H I T A C 10-II を使用した。

文 献

- (1) Hoerner, S.F.; 1965, "Fluid-Dynamic Drag." Published by the author
- (2) Pope, A., Harper, J.J.: 1966, "Low speed Wind Tunnel Testing.", John Wiley & Sons,
- (3) Lamb, H: 1932, "Hydrodynamics", 6th ed. Cambridge University Press.
- (4) "放射性固体廃棄物の海洋処分のモニタリング技術に関する試験研究昭和48年度報告書" 海洋科学技術センター試験室報告No 1, 133(1977)

- (5) "放射性固体廃棄物の海洋処分のモニタリングに関する対策研究(昭和49年度報告書)" 海洋科学技術センター試験研究報告No 1, 134(1977)

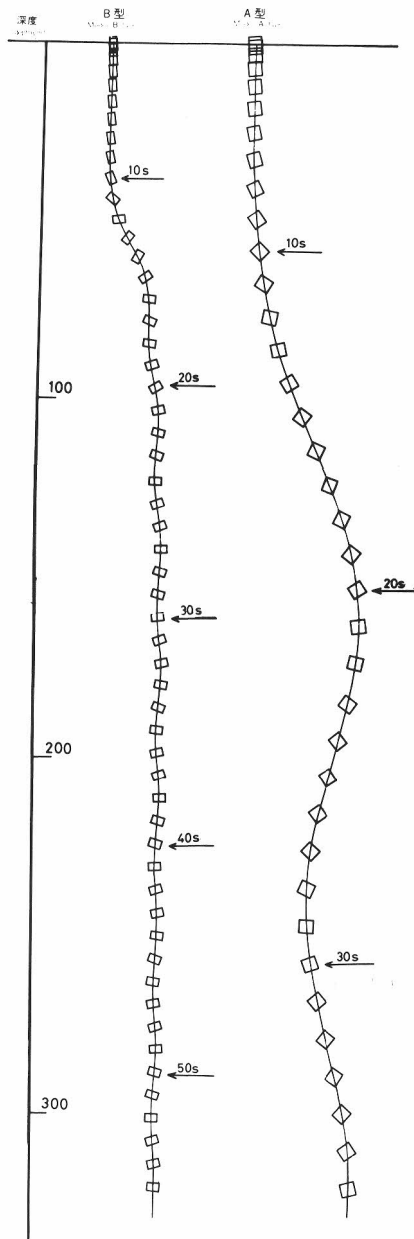


図11 実物の落下シミュレーション
Falling motions of actual objects
(numerical simulation)