

15. 海中落下有限円筒に対する海底面の効果

野本 昌夫*¹ 中埜 岩男*¹

海中を落下する物体は、海底に達する直前に海底面の影響による減速を受ける。これを海底面効果と称する。本研究では海水を完全流体とみなし、海底面近傍における落下体—海水間の運動エネルギー移動量を計算することによって、海底面効果による海中落下体の減速度を推定した。なお、海水の運動エネルギー量の計算に必要な落下体周囲の流れ場の計算には落下体の表面に分布させた特異点（わき出し）の密度を、与えられた境界条件に合わせて決定する方法を用いた。

Estimates of the Bottom Effect on the Undersea Falling Cylindrical Body of Finite Length

Masao Nomoto*¹, Iwao Nakano*¹

The disturbance flow velocity fields around an underwater cylindrically shaped falling body in infinite depths and near the bottom were solved numerically using the surface singularity distribution method. Then, the deceleration speed just before the body reaches the bottom, caused by the presence of the bottom (bottom effect), were calculated from the transfer of kinetic energy from the falling body to the surrounding water which was assumed to be perfect fluid.

1. 海底面効果とその計算方法

流体中を運動している物体が、地面（固体壁）に接近したときに受ける地面の存在に由来する種々の効果を総称して地面効果と呼ぶ。飛行機の揚力が着陸直前に増加したり、ホバークラフトが浮上るのは、地面効果によっている。

水中を落下する物体（以後落下体と呼ぶ）は海底に着く直前に海底面による地面効果、すなわち海底面効果を受ける。このため、着底の瞬間における落下速度は、海底面効果を受け始める以前の

落下速度よりも小さくなる。落下体が投棄されてから着底するまでの間に受ける最も大きな力は、着底時の水圧と衝撃荷重の和であり、この大きさは着底時の海底への衝突速度に強く依存するので、海底面効果による落下体着底時の落下速度緩和量の推定は、着底時における落下体の健全性を吟味する上できわめて重要である。

本研究では長さ／直径が1.5円筒状の物体を例にとり、海底面効果による落下速度の減少率を理論計算によって推定した。

海底面効果の計算にあたって、周囲の流体（海

*¹ 海洋保全技術部

*¹ Marine Environment Department

本研究は、科学技術庁からの受託研究“放射性固体廃棄物の海洋処分のモニタリング技術に関する対策研究”の中で、昭和51年度に実施したものである。

水)は完全流体とみなし,海底面は変形を受けないものとした。

数値解析によって,海底面が遠い場合と着底の瞬間の二つの場合について,落下体の周囲の流れ場を計算したのち,これら落下体の付加質量を算出し,海底面近傍における落下体,海水間の運動エネルギーの授受から着底の瞬間における落下速度の減少率を推定した。

2. 流れ場の計算

2. 1 わき出し分布による流れ場の解法

周囲の流体が完全流体であることを仮定すれば,物体のまわりの流れ場は,流れの速度ポテンシャル ϕ に関するプラスの方程式で示される。

$$\Delta \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

これを“無限遠方では流体の速度はゼロ”および“落下体表面と海底面で海水は面に沿って流れる”という境界条件に合わせて解けばよい。

$$\text{grad } \phi = 0 \quad (\text{無限遠方}) \quad (2 \cdot a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{U} \cdot \vec{n} \quad (\text{落下体面上}) \quad (2 \cdot b)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{海底面上}) \quad (2 \cdot c)$$

ただし, \vec{U} は落下体の運動速度ベクトル, \vec{n} は物体面の外向き法線ベクトル $\frac{\partial}{\partial n}$ は法線方向の微分を表わす。

本研究では,いくつかの解法のうち,Hess¹⁾,Smith²⁾等によって開発された特異点による解法を用いた。

物体面上に分布させた密度 σ のわき出しを用いて(1)式の解は形式的に,次式のように書くことができる。

$$\phi_p = \int_s \frac{\sigma_q}{r(p,q)} dS \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし,添字 p は,点 p での値を示し, $r(p,q)$ はわき出しの分布している落下体表面上の q 点から p 点までの距離を表わす。積分は落下体全表面についてのものである。

ここで一般解に,わき出しポテンシャル σ/r を採用したことによって境界条件(2・a)式は自動的に満足される。

(3)式を物体面上で法線方向に微分し,微分と積分の順序を変えたものを,境界条件(2・b)式に代入すると,次のようになる。

$$\int_s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\sigma_q}{r(p,q)} \right) dS$$

$$= \vec{U} \cdot \vec{n} (\text{落下体面上}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

残りの条件(2・c)式を満足する解を求めるには鏡像法を用いる。

(4)式の左辺は, $p=q$ で特異性を示すので,この点の回りの積分を別に行なえば,つぎのようになる。

$$2\pi\sigma(p) - \int_s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial(p)}{r(p,q)} \right) dS = \vec{U} \cdot \vec{n} \quad \dots\dots (5)$$

2. 2 境界条件式の離散化

(5)式は,落下体表面に連続的に変化する密度 σ のわき出しを分布させた場合の境界条件式である。本研究では,図1に示すように,落下体面を n 個の有限の三角平面要素に分割し,各面要素に分布させるわき出し密度は一つの面要素内では一定とする。

また,(5)式を吟味する n 個の点は,すべて三角平面要素の重心点にとる。これは(5)式を離散化する際に,ある面要素上に等分布するわき出しが,誘導する速度が特異点の寄与を除いてほぼゼロになる³⁾ために,各要素上でのわき出し密度を決定する境界条件式の係数マトリックスの対角成分が,すべて 2π となり,計算を容易にすることができからである。

以上の手続きによって(5)式を離散化すると,つぎのようになる。

$$2\pi\sigma_i - \sum_{\substack{j=i \\ i=j}}^n \left\{ \frac{\partial}{\partial n_i} \left(\int_{\Delta_{si}} \frac{1}{r_{ij}} dS \right) \right\} \sigma_j = \vec{U} \cdot \vec{n} \quad (i=1 \sim n) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし, σ_i は第 i 番目の面要素上のわき出し密度, n_i は第 i 要素の法線ベクトル,積分は第 j 要素についての面積分, r_{ij} は第 j 要素上の点から第 i 要素代表点までの距離を表わす(図2参照)。

第2項の Σ の中身は,第 j 番目の面要素上のわき出しが,第 i 番目の要素上の代表点(境界条件を吟味する点)に誘導する速度の法線成分を表わしているので,これを A_{ij} と書くと,(6)式は,つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=i}^n A_{ij} \sigma_j &= \vec{U} \cdot \vec{n}_i \quad (i=1 \sim n) \\ A_{ij} &= 2\pi \quad (j=i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6')$$

$i = 1 \sim n$ の n 個の式は、次のような n 個の平面要素上のわき出し密度 σ を未知数とする連立一次方程式を形成する。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{ni} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = \vec{U} \begin{Bmatrix} \vec{n}_1 \\ \vdots \\ \vec{n}_n \end{Bmatrix} \dots\dots(7)$$

ただし、

$$A_{ij} = 2\pi \quad (i = 1 \sim n)$$

2.3 誘導速度マトリックス $[A_{ij}]$ の計算
前項での定義に従い、マトリックス $[A_{ij}]$ の成分 A_{ij} は、次の式で表わされる。

$$A_{ij} = \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial n_i} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) dS$$

これにベクトルの公式 $\frac{\partial}{\partial n} = \vec{n} \cdot \text{grad}$ を代入し、計算すると、

$$\begin{aligned} A_{ij} &= - \int_{\Delta s_i} \frac{\vec{n}_i \cdot \vec{r}}{r^3} \cdot dS \\ &= - \vec{n}_i \int_{\Delta s_j} \frac{\vec{r}}{r^3} dS \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

となる。

2.4 鏡像の方法

境界条件 (7) は、(2・b) 式に相当するもので、これには海底面上での条件 (2・c) を含んでいない。そこで、海底面の条件を満足する解

を求めるため鏡像の方法³⁾ を用いた。

これは図3のように、海底面に関して幾何学的に対称な位置に落下体の鏡像を置き、鏡像表面も同様に N 分割してわき出しを分布させ、実像のわき出しと連立させて解く方法である。鏡像を置くことによって、海底面に対する対称性ができ、海底面での条件は自動的に満足される(図3参照)。この場合、わき出し密度を決定する方程式(7)式は、つぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} [A_{ij}]_{RR} & [A_{ij}]_{RV} \\ [A_{ij}]_{VR} & [A_{ij}]_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} [\sigma_i]_R \\ [\sigma_i]_V \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{ \vec{U} \cdot \vec{n}_i \}_R \\ \{ \vec{U} \cdot \vec{n}_i \}_V \end{Bmatrix} \dots(9)$$

ただし、

- $[A_{ij}]_{RR}$; 実像上の第 j 要素上に分布するわき出しが、実像上の第 i 要素代表点へ誘導する速度の外向き法線成分が作るマトリックス
- $[A_{ij}]_{RV}$; 実像上の第 j 要素上に分布するわき出しが鏡像上の第 i 要素代表点へ誘導する速度の外向き法線成分が作るマトリックス
- $[A_{ij}]_{VR}$; 鏡像上の第 j 要素上に分布するわき出しが、実像上の第 i 要素代表点へ誘導する速度の外向き法線成分が作るマトリックス

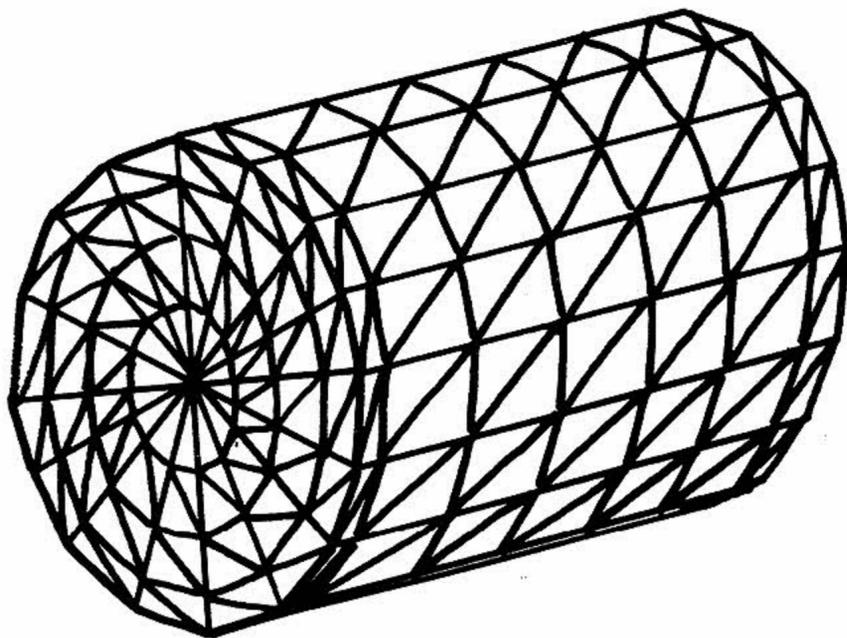


図1 落下体表面の分割

Approximation of a body by surface elements

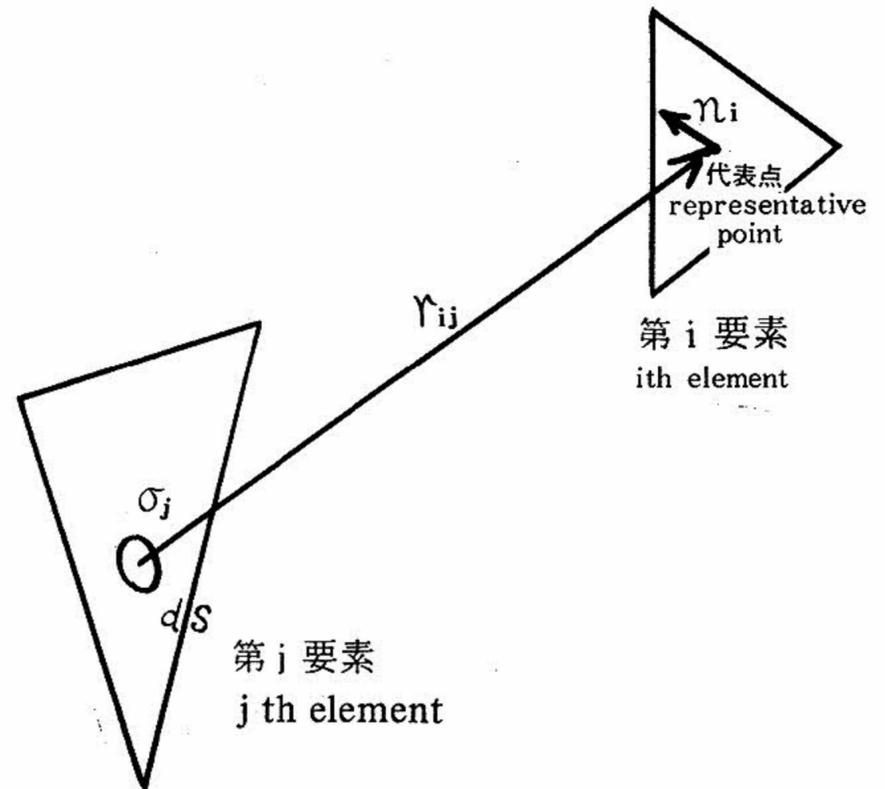


図2 面要素上の積分

Integration of the potential due to surface singularity distributed over j th element

- $[A_{ij}]_{VV}$: 鏡像上の第 j 要素上に分布するわき出しが, 鏡像上の第 i 要素代表点へ誘導する速度の外向き法線成分が作るマトリックス
- $\{\sigma_i\}_R$: 実像の第 i 要素上に分布するわき出し密度
- $\{\sigma_i\}_V$: 鏡像の第 i 要素上に分布するわき出し密度
- $\{U \cdot n_i\}_R$: 実像の第 i 要素代表点における落下体運動速度の外向き法線成分
- $\{U \cdot n_i\}_V$: 鏡像の第 i 要素代表点における落下体運動速度の外向き法線成分

ここで, 鏡像上の面要素の番号付けに注意し, 海底面に関する幾何学的対称性を考慮すると,

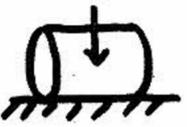
$$\begin{aligned}
 [A_{ij}]_{RR} &= [A_{ij}]_{VV} \\
 [A_{ij}]_{RV} &= [A_{ij}]_{VR} \\
 \{\sigma_i\}_R &= \{\sigma_i\}_V \\
 \{\bar{U} \cdot \bar{n}_i\}_R &= \{\bar{U} \cdot \bar{n}_i\}_V
 \end{aligned}$$

とすることができるので, 結局, (9) 式はつきのようなになる

$$\begin{aligned}
 & \{[A_{ij}]_{RR} + [A_{ij}]_{RV}\} \{\sigma_i\}_R \\
 &= \{\bar{U} \cdot \bar{n}_i\} \dots \dots \dots (10)
 \end{aligned}$$

表1 着底姿勢

Attitudes of the body just reaching the bottom

1	水 平 着 底	
2	30° 傾 斜 着 底	

海底面を考慮しない場合の(7)式と比較して, 係数マトリックス $[A_{ij}]$ が $[A_{ij}]_{RR} + [A_{ij}]_{RV}$ に変わる点のみが異なる。 $[A_{ij}]_{RV}$ は落下体の形状が変わらなくとも, 海底面からの高度および姿勢によって変わるので, これらの異なる場合には, 各々の場合について $[A_{ij}]_{RV}$ を計算しなおす必要がある。

本研究における計算では, $[A_{ij}]$ の計算に最も多くの計算時間を必要としたために, 地面効果の計算は, 表1に示すような姿勢での着底に関してのみ実施した。

2. 5 流れ場の計算結果

今回の計算では, 計算時間の都合で, 落下体面の分割は, 図4のように, 120とした落下体表面に分布させたわき出し密度 σ_i が得られると, 流れのポテンシャル ϕ は(3)式を離散化した次式で計算される。

$$\phi_p = \left(\sum_{j=1}^n \int_{\Delta S_j} \frac{\sigma_j}{r_{pj}} dS \right)_{R+V} \dots \dots \dots (11)$$

ただし, $R+V$ は実像と鏡像の両方について和を取ることを意味する。

図5~図11は各場合における流れの等ポテンシャル線図であり, また30°傾斜した場合の流線を書いたものが図12~図14である。図中の大きい矢印

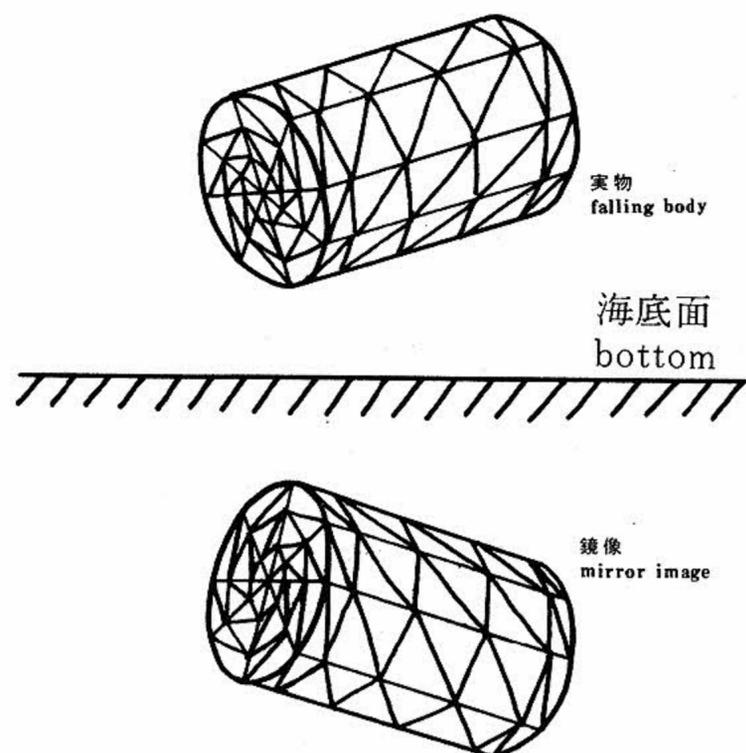


図3 海底面に関する落下体の鏡像
Mirror image of the falling body

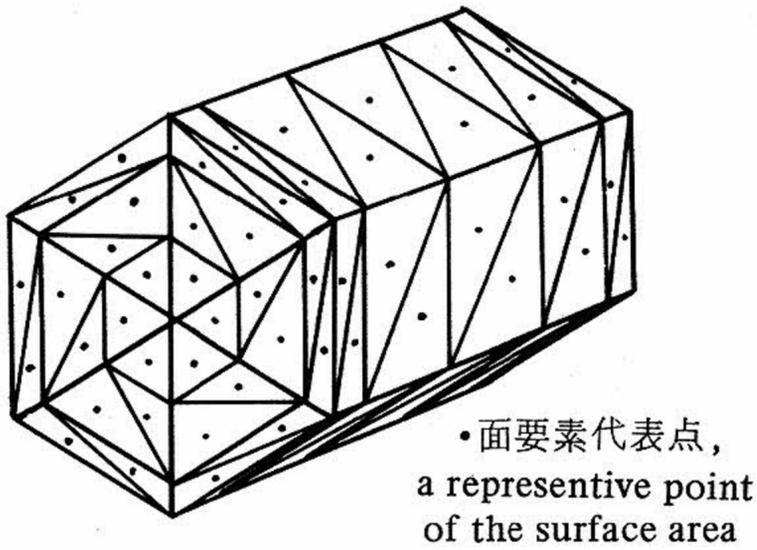


図4 今回の計算での落下体面の分割
Approximation of the body surface used in the present calculations

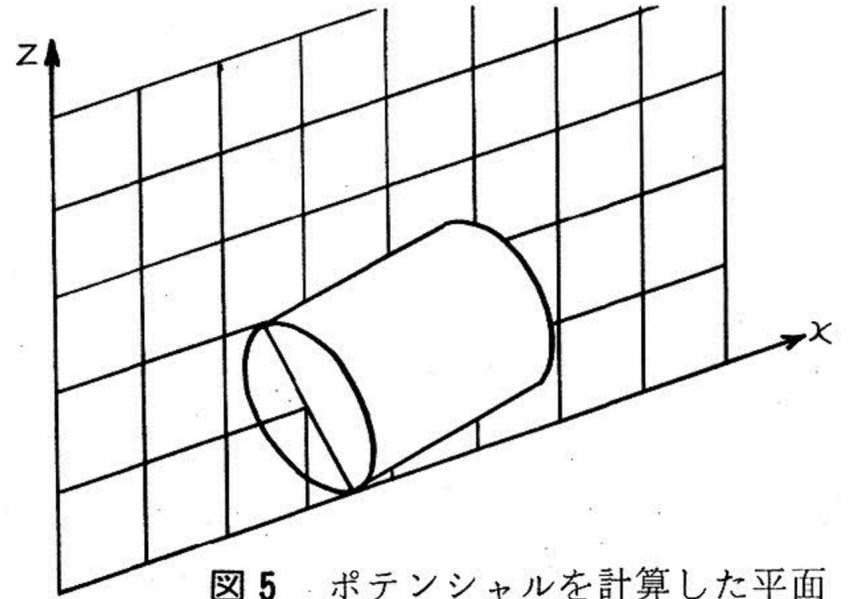


図5 ポテンシャルを計算した平面
Vertical plane containing the diameter of the body in which the velocity potentials were calculated

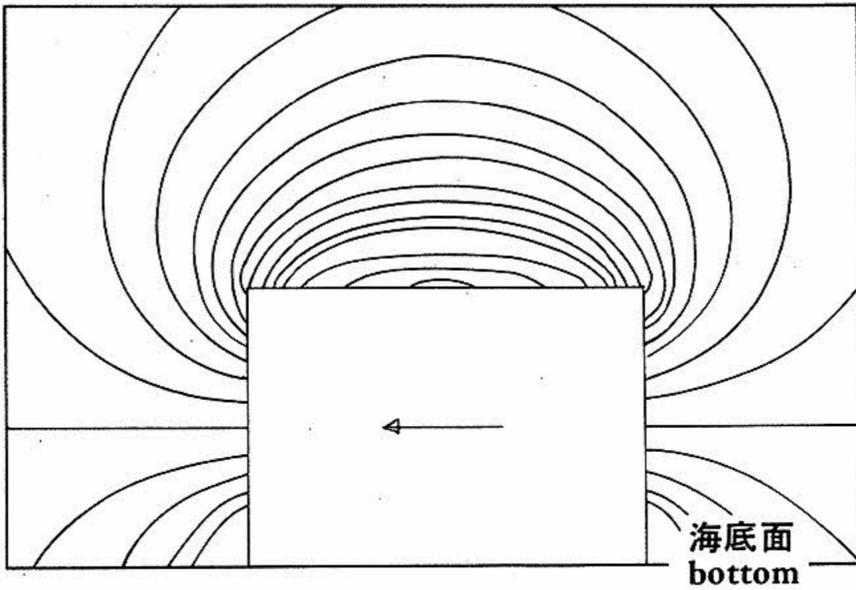


図6 海底の影響がない場合の長手方向並進運動における等ポテンシャル線

Equi-potential line around the body moving in the longitudinal direction in infinite water

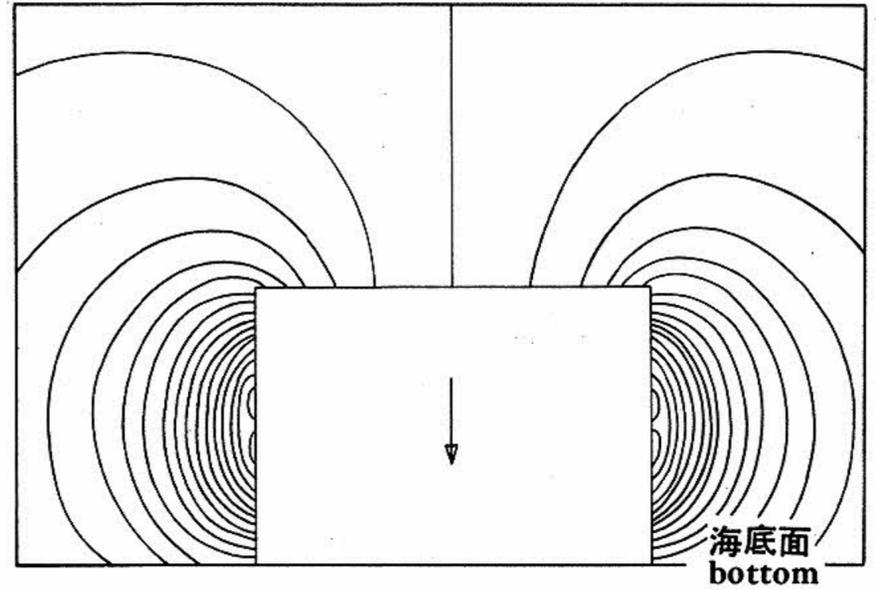


図7 海底の影響がない場合の横方向並進運動における等ポテンシャル線図

Equi-potential lines around the body moving in the lateral direction in infinite water

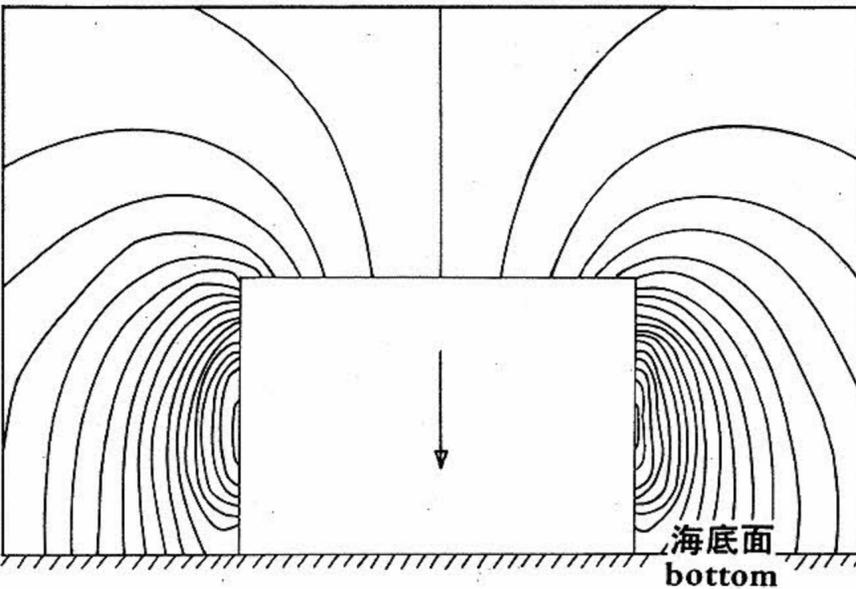


図8 長手方向を水平にした姿勢で着底した瞬間の等ポテンシャル線図

Equi-potential lines around the body just reaching the bottom with its longitudinal axis in the horizontal plane

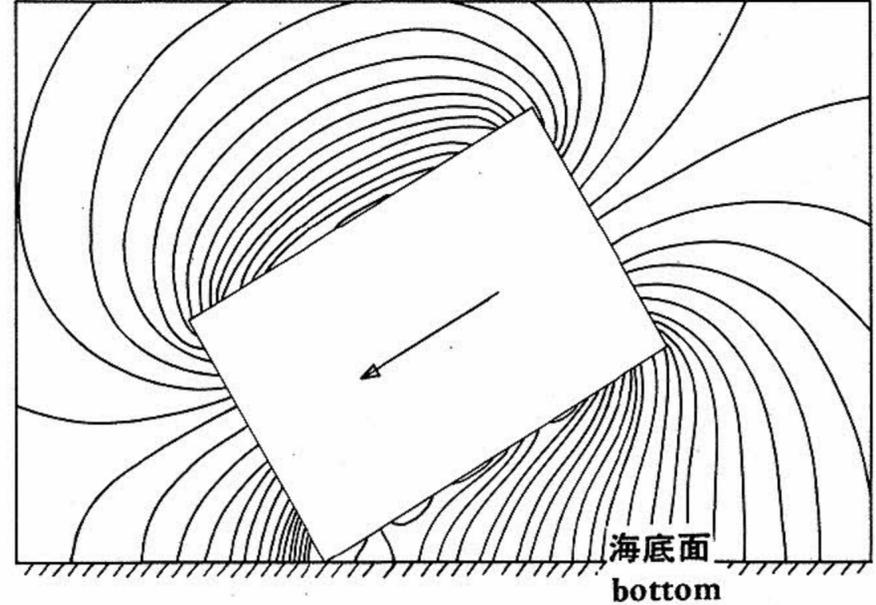


図9 30度傾いて長手方向に運動しながら着底した瞬間の等ポテンシャル線図

Equi-potential lines around the 30° inclined body reaching the bottom with longitudinal velocity

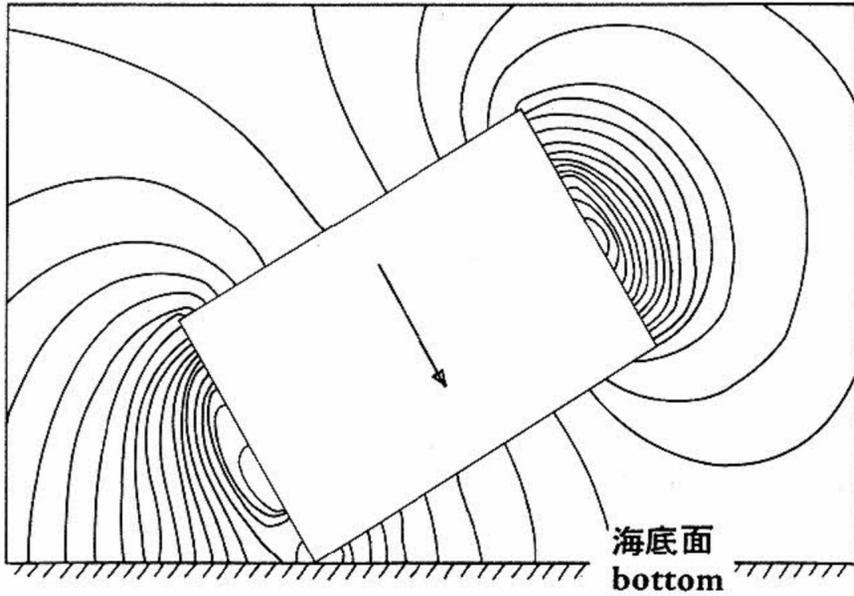


図10 30度傾斜して横方向に運動しながら着底した瞬間の等ポテンシャル線図

Equi-potential lines around the 30° inclined body reaching the bottom with lateral motion

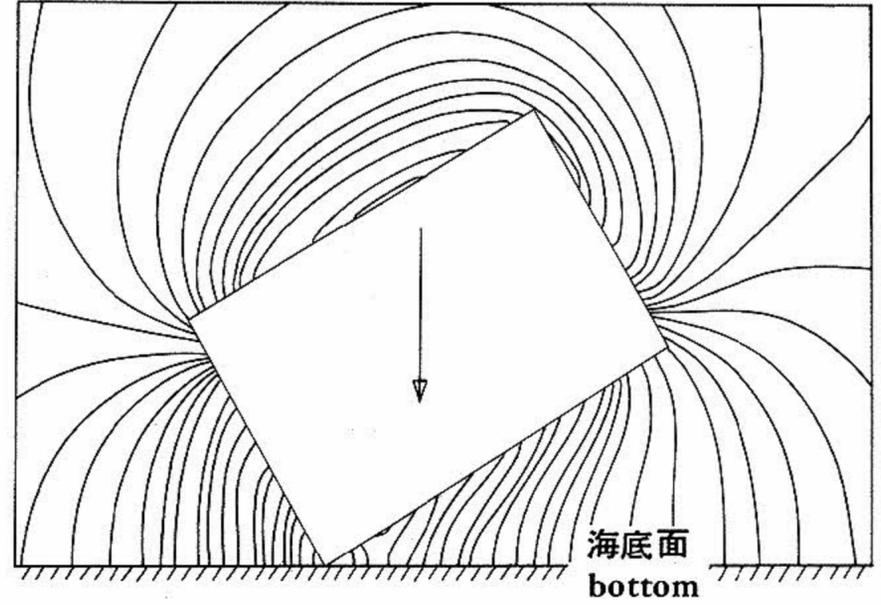


図11 30度傾いて鉛直方向に運動しながら着底した瞬間の等ポテンシャル線図

Equi-potential lines around the 30° inclined body just reaching the bottom with the vertical velocity

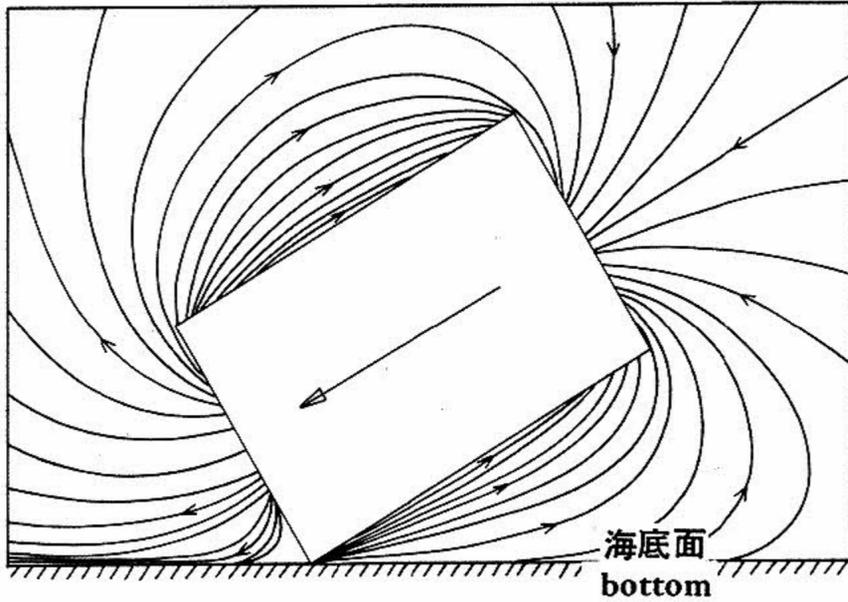


図12 30度傾斜して長手方向に運動しながら着底した瞬間の海水の流線

Stream lines of the water around the 30° inclined body just reaching the bottom with longitudinal velocity

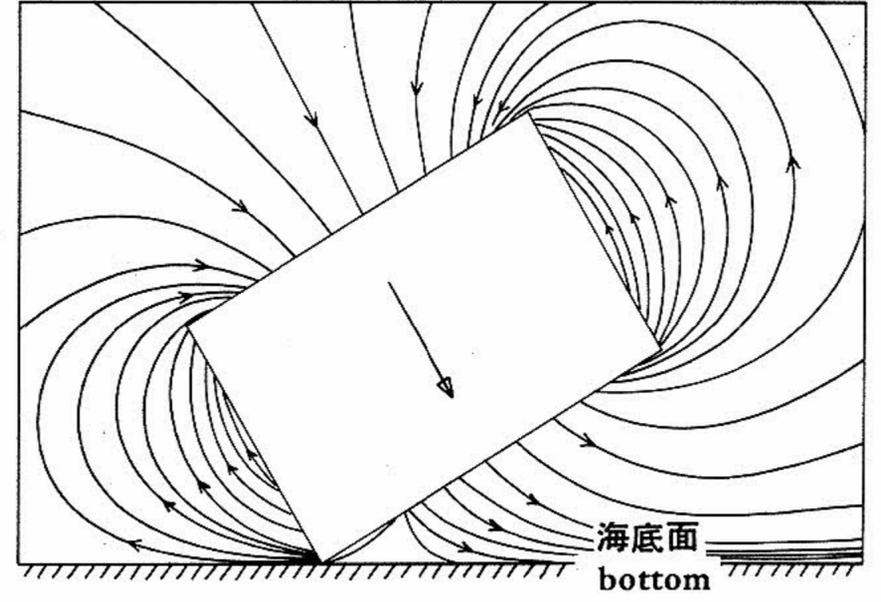


図13 30度傾斜し、横方向の速度をもって着底した瞬間における流線図

Stream lines of the water around the inclined body just reaching the bottom with lateral velocity

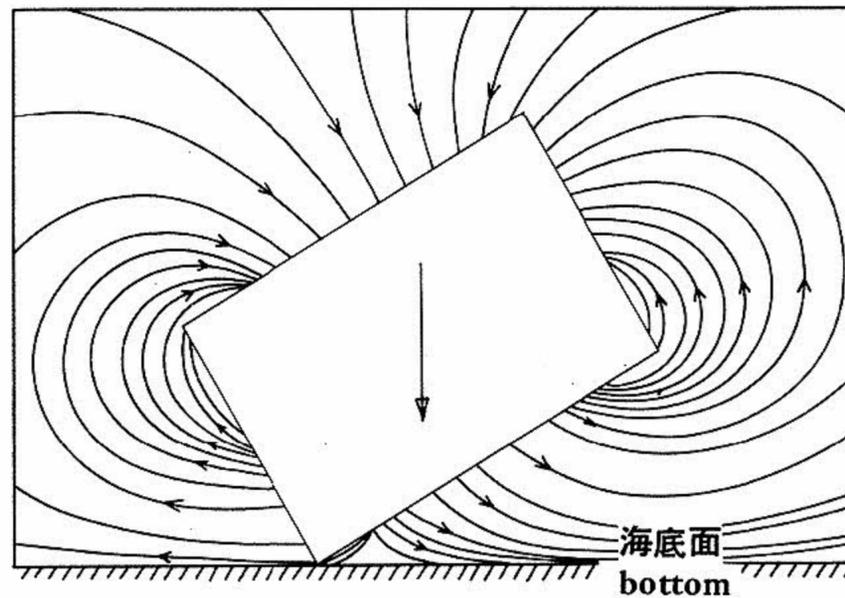


図14 30度傾いて鉛直に落下しながら着底した瞬間における流線図

Stream lines of the water around the inclined body reaching the bottom with vertical velocity

は落下体の運動方向を示す。これらの図は図5に示すように、落下体の直径を通る鉛直面上のものである。

3. 付加質量の計算

完全流体中を定常運動する物体の周囲の流れ場は、(1)式で記述され、これは物体の運動の自由度に関するポテンシャルの線型和として表わされる。一般に三次元空間内では、物体は並進に関して3、回転に関して3の合計6個の自由度を持つ。

したがって流れ場のポテンシャルもこれらの6個の自由度に関するものの線型和として、次のように表わすことができる。

$$\phi = \sum_{\alpha=1}^6 \phi_{\alpha} \dots\dots\dots(12)$$

ただし、ここでは、 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 は、図15に示すように、それぞれ物体固定の座標軸 X, Y, Z の方向の並進運動によるポテンシャル、 ϕ_4, ϕ_5, ϕ_6 は X, Y, Z 軸回りの回転運動のポテンシャルに対応するものとする。

さらに各自由度方向に単位速度（角速度）を持っているときのポテンシャル ϕ_i を用いて(12)式

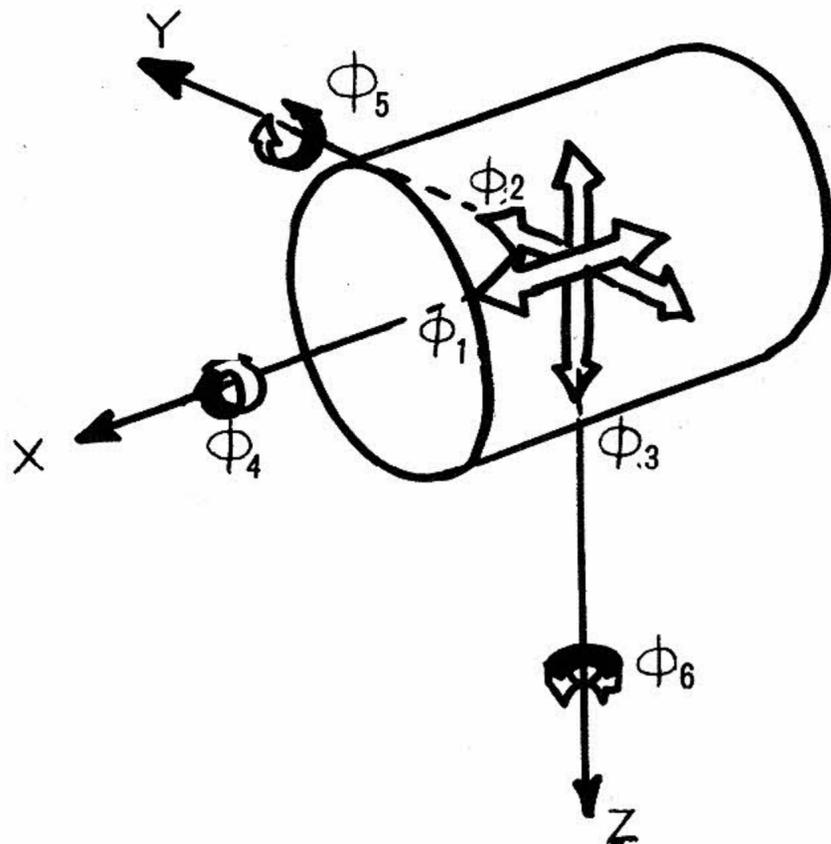


図15 6自由度の運動体のまわりの流れのポテンシャル

Flow velocity potential around the moving body having 6 degree of freedom

は、次のように書き直すことができる。

$$\phi = \sum_{\alpha=1}^6 U_{\alpha} \varphi_{\alpha} \dots\dots\dots(13)$$

ただし、 U_i は第 i 成分の速度（角速度）の大きさを表わす。

完全流体の運動エネルギー量から物体の付加質量を計算すると、物体の付加質量の作る慣性マトリックスの成分は、次式で表わされる。

$$M_{\alpha\beta} = -\rho \int_{S_b} \varphi_{\alpha} \nabla \varphi_{\beta} \cdot \mathbf{n} \cdot dS \dots\dots\dots(14)$$

($\alpha, \beta = 1 \sim 6$)

これは剛体の運動における慣性マトリックスと類似したものであるが、付加慣性マトリックスでは、並進運動の方向によって一般に付加質量が異なる。付加質量マトリックスは対称、すなわち $M_{ij} = M_{ji}$ である⁴⁾が、座標変換してマトリックスの主軸に座標軸を一致させると、このうちの独立な15の成分のみを残す⁵⁾ことができる。

形状に対称性を持った物体では、さらに数が減り、円筒物体のようなものでは図16のように、 M_{11}

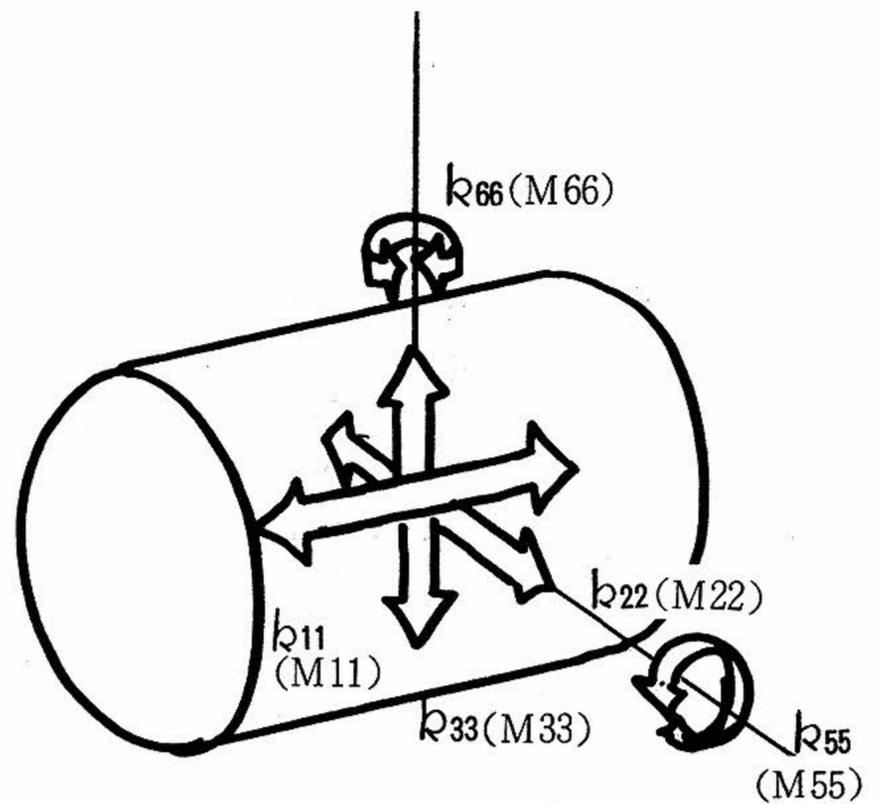


図16 円筒状物体の付加質量

Added masses of the cylindrical body

$M_{22} = M_{33}$, $M_{55} = M_{66}$ のみが残る。このうち、着底時に最も重要な並進の付加質量, M_{11} および M_{33} は, 次式で計算される。

$$M_{\alpha\alpha} = \int_{s_b} \phi_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial n} dS \quad (\alpha = 1, 3) \dots\dots(15)$$

これを離散化したものは, 次式となる。

$$M_{\alpha\beta} = -\rho \sum_{i=1}^N \left[\left\{ \sum_{j=1}^N \int_{\Delta s_j} \left(\frac{\sigma_j}{r_{ij}} \right)_{R+V} dS \right\} \frac{U_\alpha \cdot n_i}{|U_\alpha|} \right] \dots\dots\dots(16)$$

ただし,

水の密度

第 j 要素上の点から第 i 要素代表点までの距離

また, わき出し密度 σ_j は, ϕ_α に対応するものである。

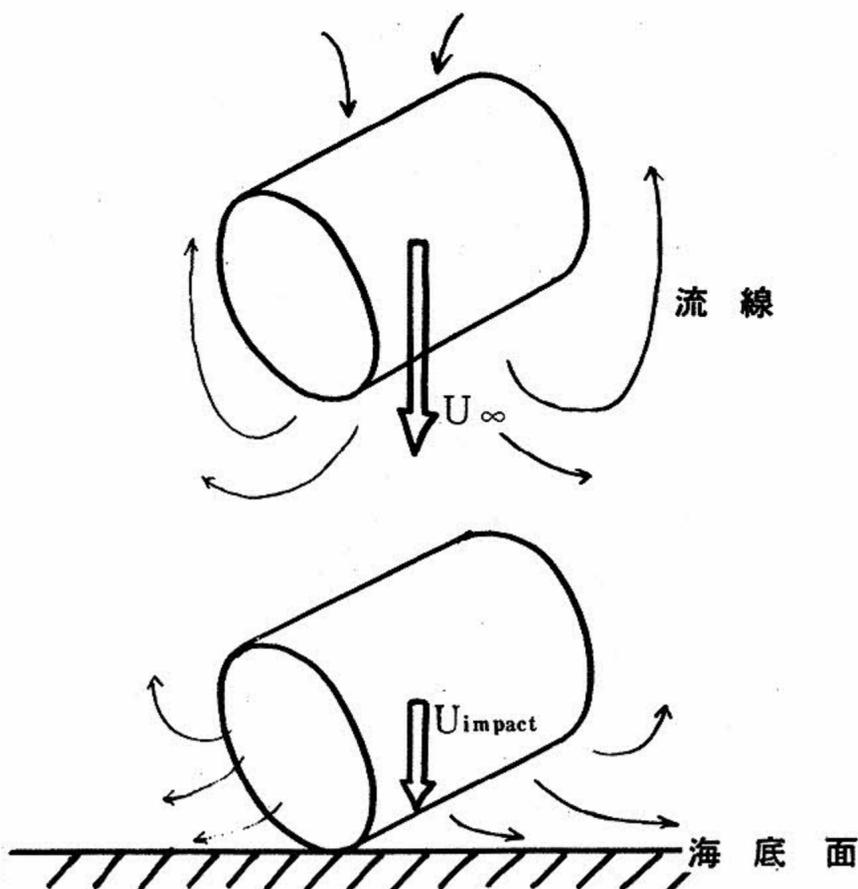


図17 海底面における減速
Desseleration of falling speed by the bottom effect

4. 着底速度の推定

海底面効果による着底時の落下速度の変化を落下体と周囲の流体の間の運動エネルギー授受によって説明するため, 次の仮定を用いる。

- (1) 海底面の効果が現われてから着底するまでの間の落下体および流体の位置エネルギーは無視する
- (2) 周囲の流体は完全流体とする
- (3) 海底面の接近による付加質量マトリックスの非対角成分の出現は落下運動に影響しないとする

以上の仮定によって海底面の影響がでる前の試験体の落下速度 U_∞ と, 着底の瞬間における落下速度 U_{impact} の間には次の関係が成立する (図17参照)。

$$(m + M_\infty) U_\infty^2 = (m + M_{\text{impact}}) U_{\text{impact}}^2 \dots\dots(17)$$

ただし,

m 落下体自身の質量

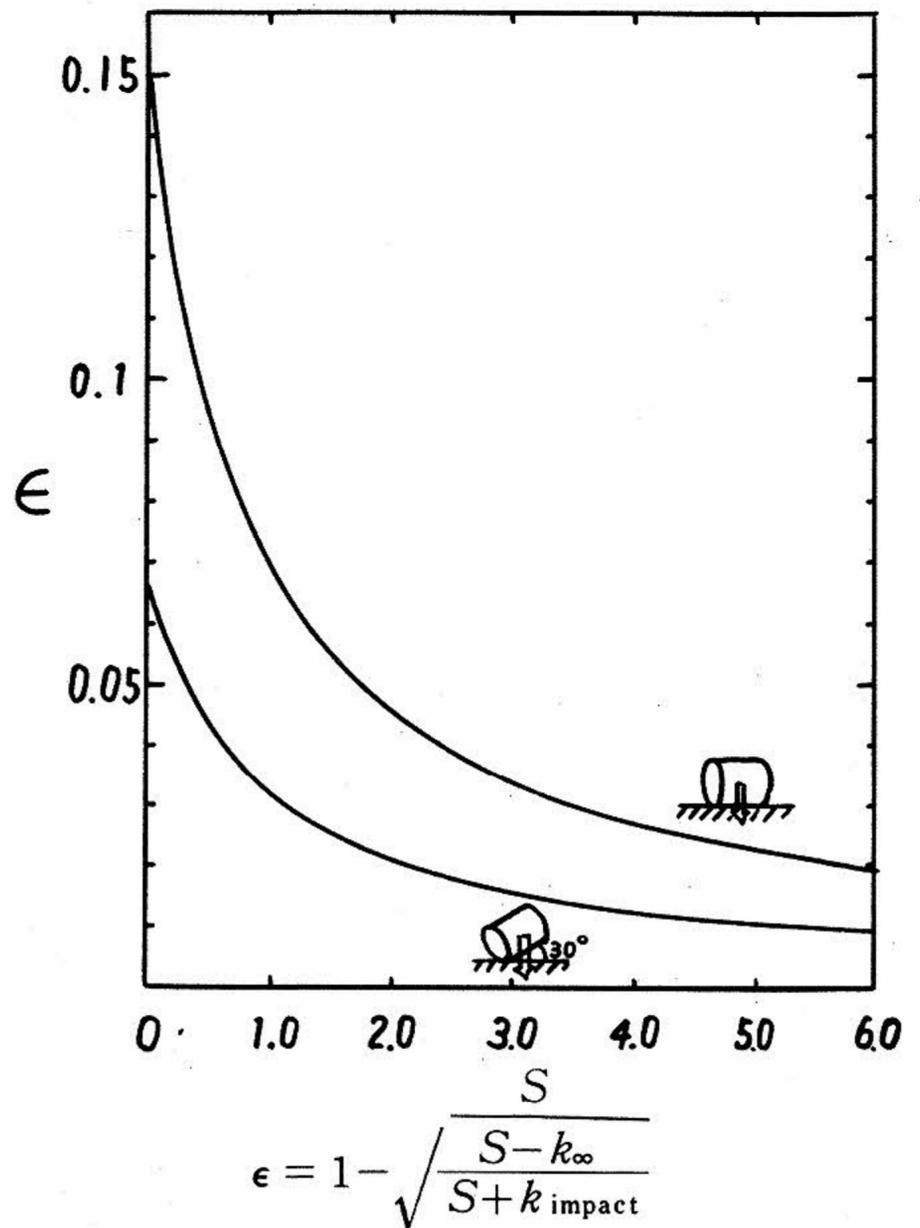
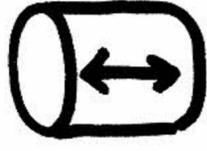
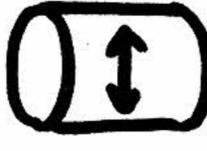
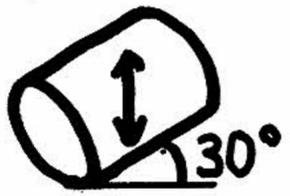
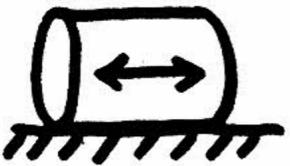
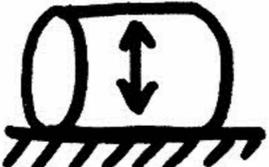
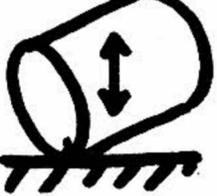


図18 海底面効果による減速率
Desseleration ratio of the falling body

表 2 円筒状物体の付加質量係数

(注) 円筒状物体は、長さ/直径 = 1.5 ものをを用いた。

落 下 例	付加質量係数		落 下 状 況
1) 海底面の影響がない場合	k_{11}	1.26	
	k_{33}	0.68	
	k_{zz}	0.82	
2) 長手方向を水平にして着底する瞬間の付加質量	k_{11}	1.48	
	k_{33}	0.94	
3) 30° 傾斜して着底する瞬間の付加質量	k_{11}	1.43	
	k_{33}	0.73	
	k_{zz}	0.94	

M_∞ 海底面の影響がない場合の落下体の落下方向付加質量

M_{impact} 着底の瞬間の落下体の落下方向付加質量

したがって海底面の影響による落下速度の減少率は、次式で示される。

$$\epsilon = \frac{U_\infty - U_{\text{impact}}}{U_\infty} = 1 - \sqrt{\frac{m + M_\infty}{m + M_{\text{impact}}}} \dots\dots\dots(18)$$

ここで落下体の密度を ρ_s , 体積を V とし、落下体の付加質量を、同じ体積の水の質量で割った付加質量係数 k で示す。

$$k = \frac{M}{\rho V} \dots\dots\dots(19)$$

(18)式は、つぎのようになる。

$$\epsilon = 1 - \sqrt{\frac{\frac{\rho_s}{\rho} k_\infty}{\frac{\rho_s}{\rho} + k_{\text{impact}}}} \dots\dots\dots(20)$$

また ρ_s/ρ は落下体の海水に対する比重であり、これを S とすると、(20)式はつぎのようになる。

$$\epsilon = 1 - \sqrt{\frac{S - k_\infty}{S + k_{\text{impact}}}} \dots\dots\dots(21)$$

5. 付加質量と減速率の計算結果

長さ/直径 = 1.5 の円筒の付加質量係数は表 2 に示す。

この表の結果を(20)式に代入し、速度減少率を計算した結果を図18に示す。

6. 考 察

本研究では、海底面の影響による落下体着底時の落下速度変化を、海底の存在によっておこる落下体から周囲の流体への運動エネルギーの移動に

よって計算した。実際には、このほかに海水の粘性抵抗によるもの、渦流の発生による誘導抵抗によるもの等があり、本研究で得られた計算値とは、若干異なるものと考えられる。

また、着底時に落下体に加わる衝撃力については、今回は触れなかった。これは落下体が海底に触れてから静止するまでの減速状況が、底質によって異なり、これに関するデータが得られていないためである。

なお、本研究における数値計算は I B M 360 - 195 型電算機によった。

文 献

- 1) Hess, J.L. and Smith, A.M.O., "Calculation of potential flow about arbitrary bodies, progress in aeronautical sciences", Vol. 8 (1967) 1-138P., edoted bu D. Kuchemann, Pergamon Press
- 2) Hess, J.L., "Review of integral-equation techniques for solving potential-flow problems with emphasis on the surface source method", Computer Method in Applied Mechanics and Engineering 5 (1975), p. 145-196 196
- 3) 今井功, 流体力学 (前編) (1951), p. 197 - 198, 裳華房
- 4) Landweber, L. and Yih, C., 1956, "Forces, moments and added masses for rankine bodies", Journal of Fluid Mechanics 1 (9), 319-336
- 5) Streeter, V.L. (Editor), "Handbook of fluid dynamics", 1st Edition (1961), McGraw-Hill
- 6) Chow, S.K., Hou, A.Y., Landweber, L., 1976, "Hydrodynamic coefficients of an elongated body rapidly approaching a free surface", Journal of Hydronautics 10 (2) 46-54