

海水の光学特性に関する研究 (第8報) Mie 散乱関数による光散乱係数の計算

佐々木保徳*¹ 浅沼市男*² 宗山 敬*¹

多分散懸濁系である海水の散乱をMie 散乱と仮定し、計算によって推測する過程を概観した。

ここでは体積散乱関数、全散乱係数および前方散乱係数を取り上げ、これらの関数および係数を計算するにあたり、用いた懸濁粒子に関するデータは、1979年12月13日および14日に東京湾の2観測点で観測したものである。これらの懸濁粒子の粒度分布を示す関数として、指数型分布関数とJunge型分布関数による適応を試みた結果、指数型分布関数の方が適切であった。なお、懸濁粒子はすべて植物プランクトンで、球形であると仮定し、海水の屈折率、海水に対する懸濁粒子の相対屈折率をそれぞれ1.33および1.02とし、さらに波長に依存しないものとした。

体積散乱関数は前方(透過光の方向)と後方(透過光から180°の方向)に極大を示し、前方では後方の約 10^3 倍である。この傾向は、両多分散系に共通する。

また、両係数ともに、短波長側で大きく、長波長側に向かって徐々に小さくなり全般的には顕著な波長依存性は認められない。

Studies on the Optical Properties of Seawater (Report 8) Calculation on the Scattering of Light by the Mie Theory

Yasunori Sasaki*³, Ichio Asanuma*⁴, Kei Muneyama*³

This report is a tutorial review on the calculation process of the scattering of light of seawater, that is polydispersed suspension. Calculations are based on the postulation that the scattering of light by suspended particles is Mie scattering. This report is especially concerned with volume scattering functions and total and forward scattering coefficients.

Data used for calculations were taken from two stations in Tokyo Bay where measurements were made on December 14–15, 1979. For particle size distribution functions of these stations, mathematical formulations were attempted by applying to the suspended particles the exponential type and Junge type distribution functions. The former proved to be more effective.

*1 海洋保全技術部

*1 潜水技術部

*3 Marine Environment Department

*4 Manned Undersea Science and Technology Department

The suspended solids were assumed to consist of only spherically shaped phytoplanktons. Both the refractive index of seawater (1.33) and the relative refractive index of suspended particles to seawater (1.02) were also assumed to be real, and independent of wavelength.

Volume scattering functions showed two local maxima, that is, one in the direction of transmitted light (right in front), another in the direction of 180° from transmitted light (right in back). The former has about 10^3 times larger values than the latter at every wavelength, even in the case of different particle distribution patterns.

1. はじめに

最近、海洋計測手法の一つの方法として、光学的手法を用いたり、または物理的、生物的側面から海洋現象そのものを論じるにさいし、光が関与することがとみに多くなっている。さらにバイオマスエネルギーの利用のための研究などのように、従来とは全く異なった側面からのアプローチが行なわれるようになり、このような傾向は今後ますます上昇の一途をたどるものと思われる。

これに伴い、海中における光の挙動に関する質問を受けることも多くなってきた。しかし、海洋の光の研究にたずさわる者でさえ、確固たる自信をもって答えることのできないことが多い。

それは現象が複雑であり、それらを測定するための海中測器の製作や現場操作が難しく、研究者が少ないことなどの理由からデータが不足していることによると言ってもよいだろう。

光が物質中を通過するとき、物質によって吸収および散乱を受ける。海中における光を考えると、光自身には2種類ある。それらは海面に到達した太陽直達光および天空光が海面を通過し、海中に入射したとき生じる平行光と非平行光（拡散光）とである。

これらは深度が増すにつれて、進行中に吸収および散乱を受けて減衰するとともに、平行光が散乱を受けると、拡散光に移行していくため、深さが増すとともに、平行光が占める割合は徐々に減少する。

海中で光を吸収、散乱する物質を大別すると、水分子、生物性懸濁粒子（動植物プランクトン、デト

リタス、その他）、無機性懸濁粒子（鉱物粒子、底土、その他）、その他となる。

これら物質の光学的特性は、種類、大きさ、形状、屈折率、波長によって大きく異なる。大きさと形状とは基準を設定することが難しく、また、仮に設定したとしても、それらと吸収、散乱を結びつけることは困難である。特にプランクトンなどのように、形状がきわめて不規則なものについては、一層、困難である。

断面が円形または楕円形の粒子は、断面積と吸収散乱を解析的に結びつけ、それぞれ吸収断面積、散乱断面積と呼ぶ量との関係で論じられることが多い。また、海洋の光学では、懸濁粒子組成が複雑なため、通常、球形粒子を仮定して議論されることが多い。

懸濁粒子の光学的パラメーターとして、重要なものに屈折率がある。特に海中の光散乱を論じるうえで必要となるのは、海水に対する懸濁粒子の相対屈折率であり、厳密には複素屈折率となる。この値は無機性懸濁粒子では大きく、プランクトンのような生物性粒子ではほとんど1に近い値が報告されている。

また、波長については同様に、光の海水中の波長に換算し、解析を行わなければならない。懸濁粒子の光学的特性の波長依存性は無機性懸濁粒子よりも生物性懸濁粒子の方が大きい。

本報告は、東京湾で観測した懸濁粒子の粒度分布をもとに、体積散乱関数、前方散乱係数および全散

乱係数の計算過程を示し、合わせて結果を吟味したものである。

この報告では計算の過程に重点を置き、海中での光の散乱を概念的にとらえることを意図した。

この報告が海洋の光が関与する観測データを解析する上で、多少なりとも参考となれば幸いである。

2. 理 論

Mie は Maxwell の電磁方程式を球形粒子に適用しこれを粒子表面における電場、磁場およびエネルギーに関する連続条件のもとに解き次のような解をえた。

すなわち、1 個の粒子に強度 I_0 の偏光されていない自然光の入射があったとき、散乱角 θ における単位立体角あたりの散乱光強度 I_θ は次式で表わされる。

ただし、 θ は入射光の進行方向からはかった角度、 i_1 および i_2 はそれぞれの振動方向が観測面に垂直および平行な直線偏光成分を表わし、観測面は入射光と散乱光を含む面とする。

$$I_\theta = \frac{I_0 \cdot \lambda_\omega^2}{8\pi^2} \cdot (i_1 + i_2) \quad (1)$$

ただし、

$$i_1 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{a_n \cdot \pi_n(\cos\theta) + b_n \cdot \tau_n(\cos\theta)\} \right|^2$$

$$i_2 = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{a_n \cdot \tau_n(\cos\theta) + b_n \cdot \pi_n(\cos\theta)\} \right|^2$$

$$\pi_n(\cos\theta) = P_n^1(\cos\theta) / \sin\theta$$

$$\tau_n(\cos\theta) = d\{P_n^1(\cos\theta)\} / d\theta$$

P_n^1 は Legendre 陪関数

$$a_n = \frac{\phi_n(x) \cdot \phi'_n(y) - m \cdot \phi_n(y) \cdot \phi'_n(x)}{\zeta_n(x) \cdot \phi'_n(y) - m \cdot \phi_n(y) \cdot \zeta'_n(x)}$$

$$b_n = \frac{m \cdot \phi_n(x) \cdot \phi'_n(y) - \phi_n(y) \cdot \phi'_n(x)}{m \cdot \zeta_n(x) \cdot \phi'_n(y) - \phi_n(y) \cdot \zeta'_n(x)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_n(x) \\ \zeta_n(x) \end{array} \right\} \text{Riccati-Bessel 関数}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi'_n(x) \\ \zeta'_n(x) \end{array} \right\} \text{Riccati-Bessel 関数の導関数}$$

$$x = \frac{\pi D}{\lambda_\omega}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n_\omega}$$

$$y = mx$$

D ; 粒径

λ_0 ; 真空中での波長

n_ω ; 海水の屈折率

m ; 海水に対する粒子の相対屈折率

一方、光の散乱は次式によって定義される体積散乱関数 $\beta(\theta)$ で表わされる。

$$\beta(\theta) = \frac{dJ(\theta)}{I_0 \cdot dv} \quad (2)$$

ここで、 $dJ(\theta)$ は、放射照度 I_0 (W/m^2) が入射する微小体積要素 dv が θ 方向に散乱する放射の単位立体角あたりの強度である。したがって、微小体積要素中の粒子が 1 個であるとき、1 個の粒子による散乱の体積散乱関数は $1/dv=1$ とおくと、

$$\begin{aligned} \beta(\theta) &= \frac{dJ(\theta)}{I_0} = \frac{1}{I_0} \cdot \frac{I_0 \cdot \lambda_\omega^2}{8\pi^2} \cdot (i_1 + i_2) \\ &= \frac{\lambda_\omega^2}{8\pi^2} \cdot (i_1 + i_2) \end{aligned} \quad (3)$$

単位体積中の粒子数が n である場合は、体積散乱関数は、

$$\beta(\theta) = \frac{n \cdot \lambda_\omega^2}{8\pi^2} \cdot (i_1 + i_2) \quad (4)$$

となる。

ところで、海水中の懸濁粒子は多分散粒子であるため、 n は粒径の関数の形で与えなければならない。そこで、粒径 D 以上の全粒子数を表わす累積粒子数関数を $N_{>D}$ とすれば、 $dN_{>D}/dD = N'_{>D}$ は粒径 D における単位粒径あたりの出現粒子数を与える。したがって、微小粒径幅 dD 中に存在する粒子数は、 $N'_{>D} \cdot dD$ となり、これら粒子による体積散乱関数は n を $N'_{>D} \cdot dD$ でおきかえ、

$$\beta(\theta) = \frac{\lambda^2 \omega}{8\pi^2} \cdot N'_{>D} \cdot (i_1 + i_2) \cdot dD \quad (5)$$

となる。

その結果，最大粒径を $D_{\max}$ ，最小粒径を $D_{\min}$ とすれば，全懸濁粒子による全散乱係数 b および前方散乱係数 b_f はそれぞれつぎのようになる。

$$b = 2\pi \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \int_0^\pi \beta(\theta) \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot dD$$

$$= \frac{\lambda_\omega^2}{4\pi} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \int_0^\pi N'_{>D} \cdot (i_1 + i_2) \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot dD \quad (6)$$

$$b_f = \frac{\lambda^2 \omega}{4\pi} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} N'_{>D} \cdot (i_1 + i_2) \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot dD \quad (7)$$

なお、関数 $N_{>D}$ は、 D の大きい方から小さい方へ向かって定義された関数であるから $N'_{>D} < 0$ となり、(5)式と(6)式とを実際に計算するときは、粒径に関する積分下限は $D_{\max}$ ，上限は $D_{\min}$ としなければならない。

3. 結果および検討

3.1 懸濁粒子の粒度分布

本報告で用いた懸濁粒子の粒度分布に関するデータは、昭和51年12月13日および14日、第1図に示す東京湾のStn. AおよびStn. Bでそれぞれ観測したものである。

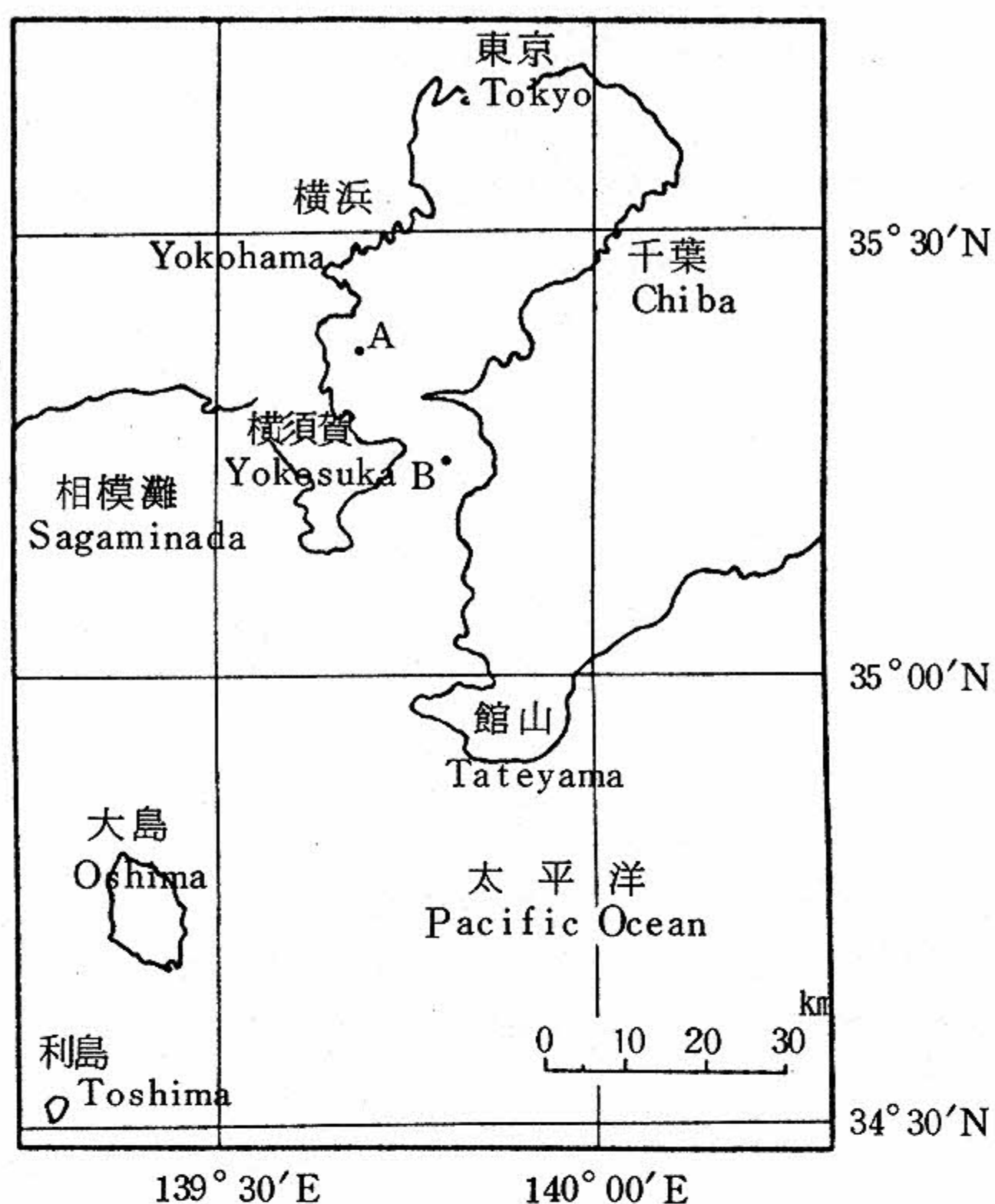
懸濁粒子の粒度分布の表わし方には、種々の方法があるが、ここでは累積粒子数関数を用いるものとし、それを $N_{>D}$ とする。ここで $N_{>D}$ は粒径が D よりも大きい粒子の総数を表わす。

Stn. AとStn. Bとの累積粒子数分布を示したものが図2である。

各図中で、実線で示したものは、指数分布を仮定した場合である。それぞれはつぎのようになる。

$$N_{>D} = 2.717 \times 10^4 \cdot e^{-0.2589 \cdot D} \text{ (S tn. A) (個/ml)}$$

$$N_{\geq D} = 1.515 \times 10^4 \cdot e^{-0.4959 \cdot D} \quad (\text{Stn. B}) \quad (\text{個}/\text{ml})$$



観測点と観測日 ; Observation stations and its date

A点, Station A; 1979年12月13日 13 Dec. 1979

B点, Station B; 1979年12月14日 14 Dec. 1979

図1 海洋観測点

Observation stations

なお、破線で示したものは、Junge 分布を仮定した場合であり、参考として示す。

$$N_{>D} = 1.059 \times 10^4 \cdot D^{-1.083} \quad (\text{S tn. A})(\text{個}/\text{ml})$$

$$N_{\geq D} = 3.391 \times 10^3 \cdot D^{-1.059} \text{ (Stn. B) (個/ml)}$$

なお、粒度分布の測定は、コールターカウンターによった。

3.2 体積散乱関数，前方散乱係数および全散乱係数の計算

これらの3パラメーターは、それぞれ(5)式、(6)式および(7)式から計算した。前方散乱係数と全散乱係数の積分計算は台形公式によった。前方散乱係数では θ に関する積分区間 (Stn. A, Stn. Bともに $[0, \frac{\pi}{2}]$), Dに関する積分区間 (Stn. A; $[0.1, 32.0]$, Stn. B; $[0.1, 16.0]$) をもとに100等分した。全散乱係数では θ に関する積分区間 (Stn. A, Bともに $[0, \pi]$) を200等分し、Dに関する積分区間 (Stn. A; $[0.1, 16.0]$, Stn. B; $[0.1, 32.0]$) を100等分した。

これらの計算には，Stn. A, Stn. Bともに指数型

分布関数を用いた。粒径Dに関する積分区間の下限は $0.1\mu\text{m}$ とした。ただし、Mieの散乱を仮定した場合、 $0.1\mu\text{m}$ という値は、波長に比べて小さいため、必ずしもMie散乱を仮定することが適切ではないかも知れない。

また、海水の屈折率 n_w 、海水に対する粒子の相対屈折率の値は、それぞれ1.33および1.02を用いた。また、懸濁粒子は、すべて植物プランクトンであると仮定した。

計算にはDEC社のVAX-11/780型電算機を使用した。Stn. Bの前方散乱係数($400\text{nm}\sim 700\text{nm}$)の計算に約30時間を要し、上記計算機による数値積分は、前述の積分区間分割がほぼ限界である。

また、(1)式中の i_1 、 i_2 の計算には、級数和をとる必要があり、級数和が十分収束するには、項数 n を x の約10数倍にとらなければならないことがわかった。このことから、粒径が大きく、かつ波長が短かいほど、 x が大きくなるため、 n を大きくとらなければならない。

この計算では、 x の値の変化に伴い、 n も変化させたため、 n は最大300近い値にまで達した。

以上の計算で求めた体積散乱関数を図3に示す。Stn. AおよびStn. Bともに、海水が多分散系(不均一粒子分散系)であることをよく示している。すなわち、均一粒子分散系の場合は、散乱光の位相がすべて同じであるため、大きく振動する。

また、いずれも前方および後方に散乱の極大が存在することを示している。

また、前方への散乱の極大値が後方へのその約1000倍となっている。この比は粒度分布関数が異っても、ほぼ同じ値となっている。前方、後方とも散乱の極大値は波長が短かいほど大きく、長くなるにつれて徐々に小さくなる。散乱の極小は、粒度分布、波長のいかににかかわらず、透過光の方向から約 90° の方向に生じている。Mie散乱では、散乱光の分布に著しい方向性の存在することが明らかである。

昭和54年12月14日の粒度分布関数をもとに、計算した前方散乱係数および全散乱係数を図4に示す。

この図による全散乱係数と前方散乱係数の差が後方散乱係数に相当する。

海洋を遠隔探査するうえで、前方散乱係数よりも重要な役割をになうのは、後方散乱係数である。し

かし、前方散乱係数に比して、いかに小さいかがわかる。

計算で求めた散乱係数は、いずれも短波長側から長波長側へ、徐々に小さい値をとってはいるが、顕著な波長依存性を示していない。しかし、実際には植物プランクトンは有機体であり、入射光に対して複雑な波長依存性を有する吸収現象を呈するため、実際の散乱はそれらの影響を受け、さらに波長依存性が存在すると見るのが妥当であろう。

さらに、これらの両散乱係数を現場における下向照度消散係数と比較したものが表1である。

海中の光は、波、その他の影響を強く受けるため浅い層ほど(海面に近いほど)不安定で、変化しやすい。そのため、現場における下向照度消散係数は水深3mと5mで測定した下向照度の値から求めた。

実際の粒子では、吸収効果を伴うが、これは散乱効果よりは少し小さくなる傾向にあるため、全散乱係数から推して平行光に対する全消散係数は 400nm で $0.2\sim 0.25$ 程度、 700nm で $0.15\sim 0.2$ 程度になるだろうと考えられる。

これらの値を照度消散係数と比較すれば、やや大きくなっている。実際には3~5mの深さでは、拡散光が平行光に対してはるかに卓越した割合を占めていることおよび拡散光に対する全消散係数は、平行光に対するよりも、一般に小さくなることを合わせて考えれば、十分納得できる値であろう。

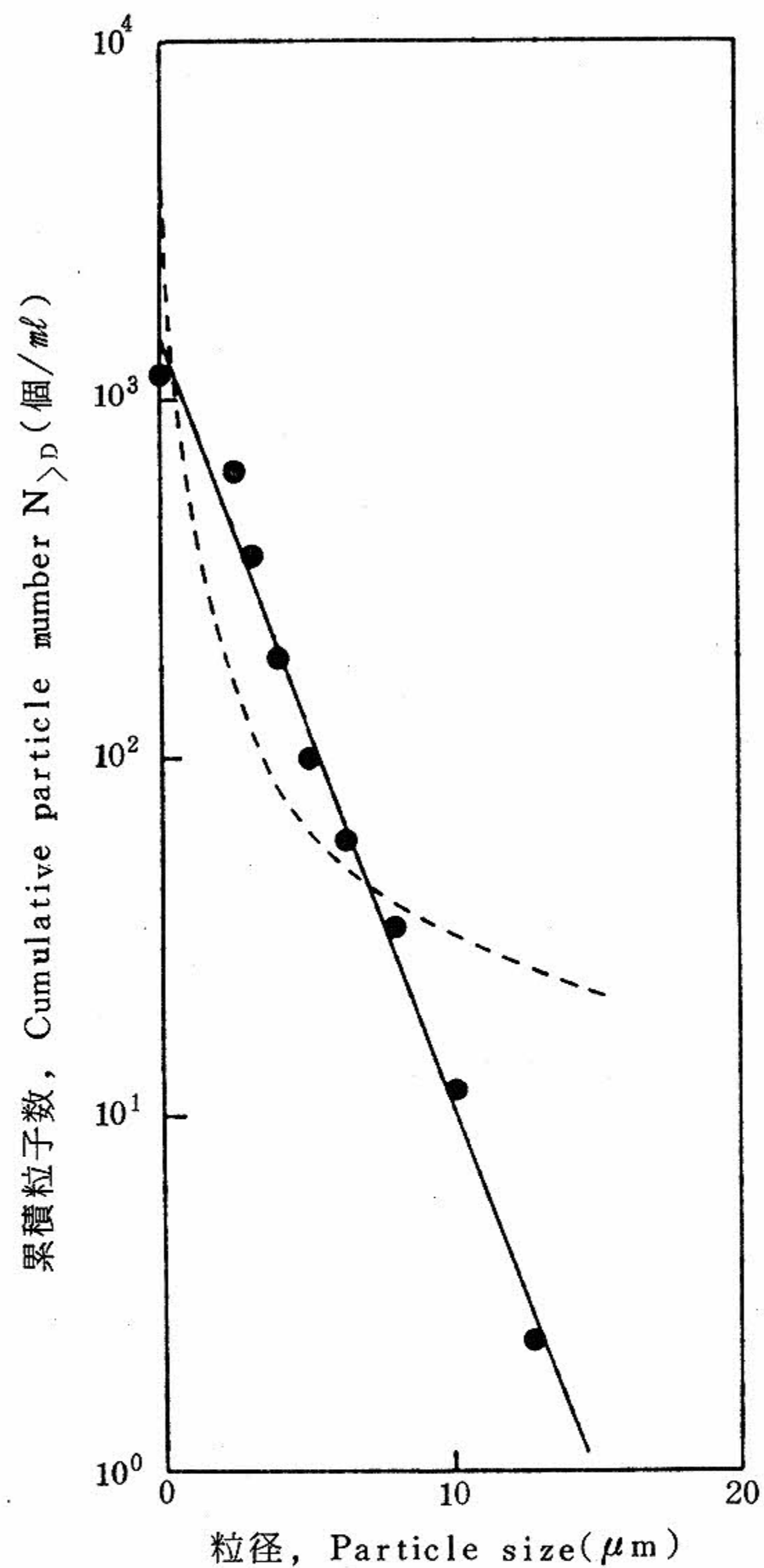
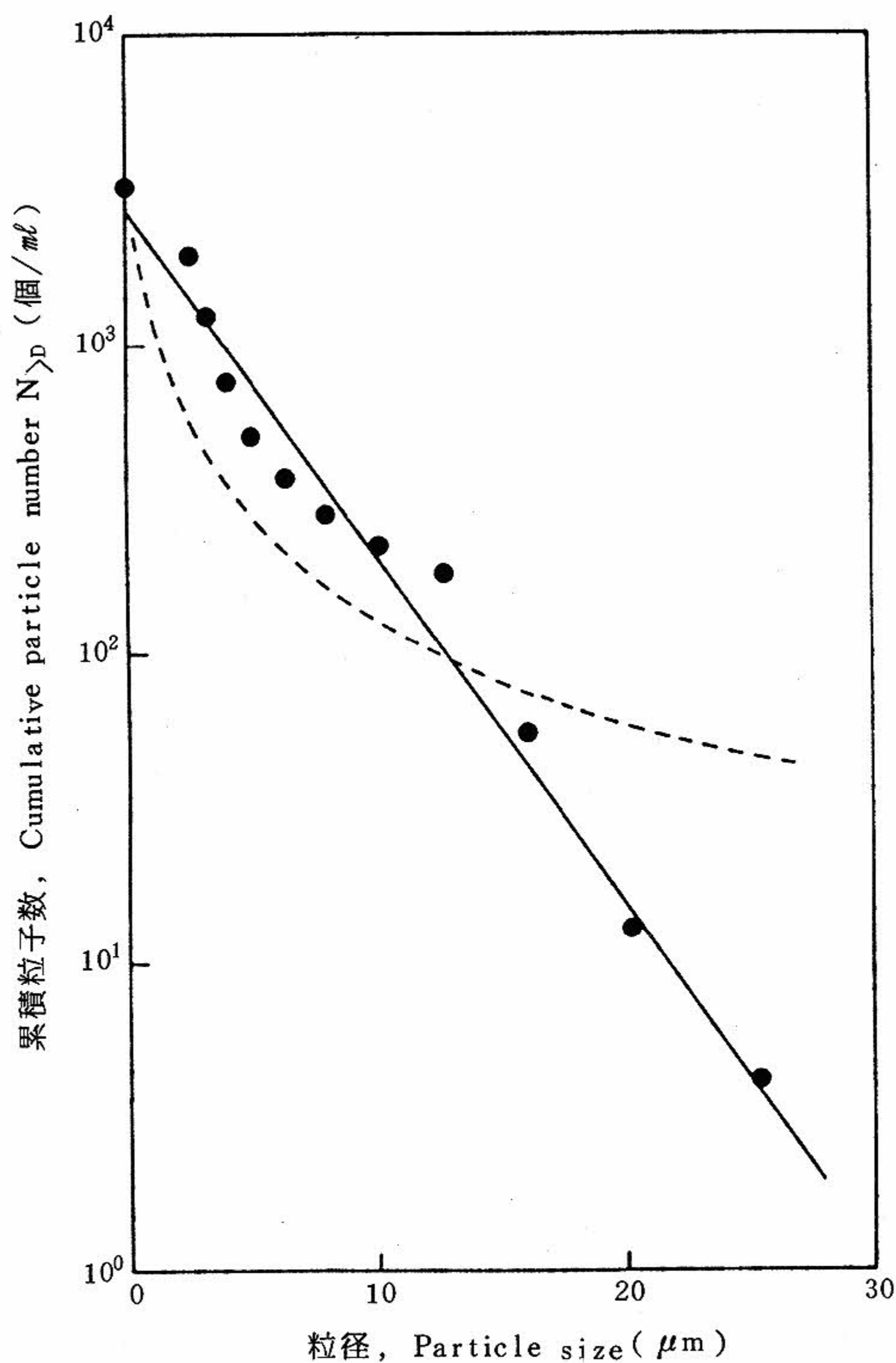
現場では照度消散係数は、短波長側と長波長側で大きくなっている。これは特に長波長側では水による吸収効果が急激に増大することと、溶存有機物、その他による吸収効果が加わったことによるものである。

また、大気中で光が大気マス m に相当する光路を進むさいのMie散乱による消散を示す近似式としてしばしば次式が用いられる。

$$\exp[-(\beta/\lambda^a)\times m] \quad (8)$$

ただし a および β はオングストローム係数、 λ は波長である。

そこで海水の場合、 $m=1$ とおき、 $\lambda=0.4(\mu\text{m})$ の場合と $\lambda=0.7(\mu\text{m})$ の場合の全散乱係数(それぞれ0.1603および0.1119)をもとに a および β を求めた結果、 a は0.6430、 β は0.08893となった。



(1) A点, Station A

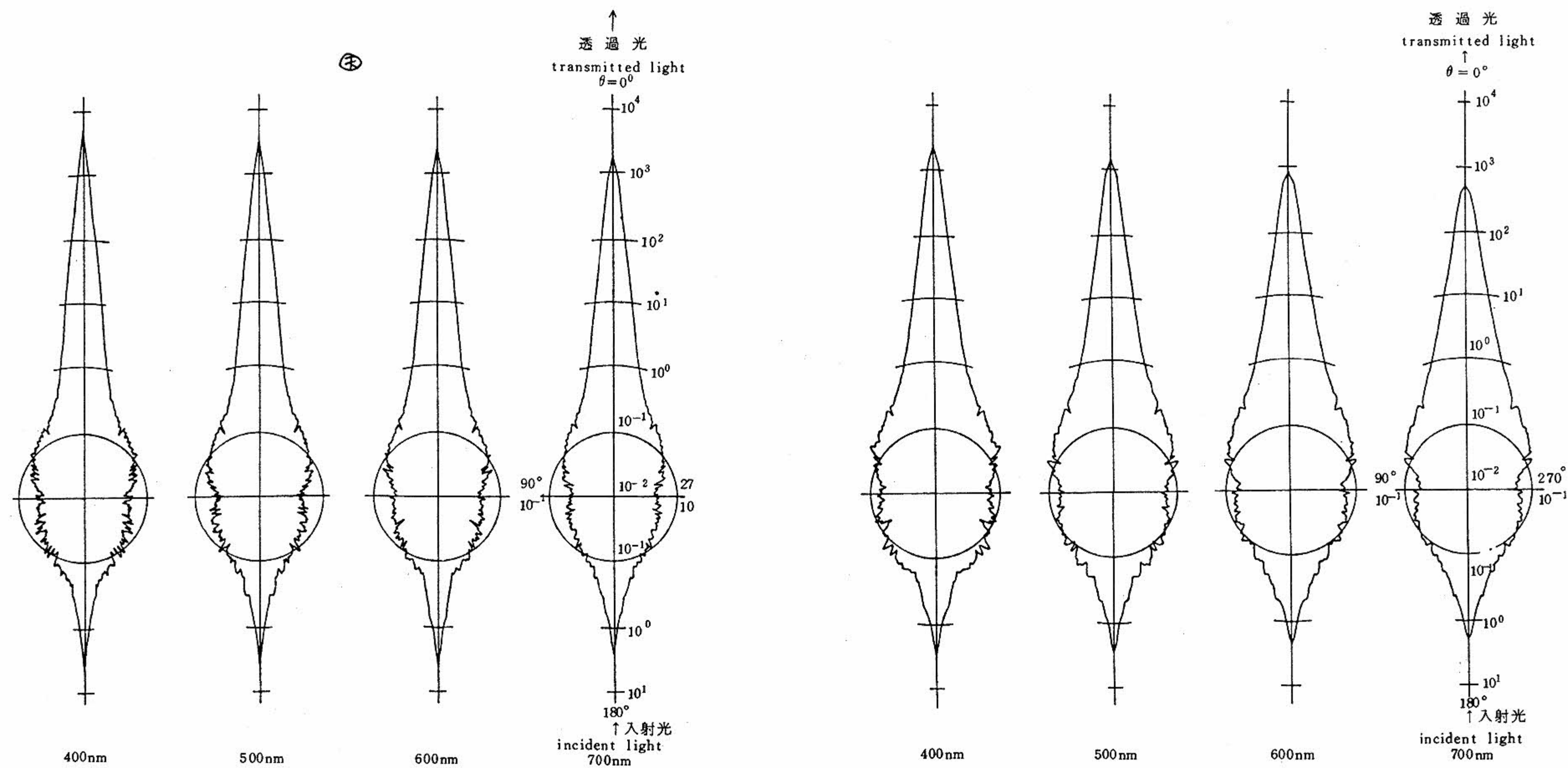
(2) B点, Station B

指数型分布関数 Exponential type particle size distribution function

Junge型分布関数 Junge type particle size distribution function

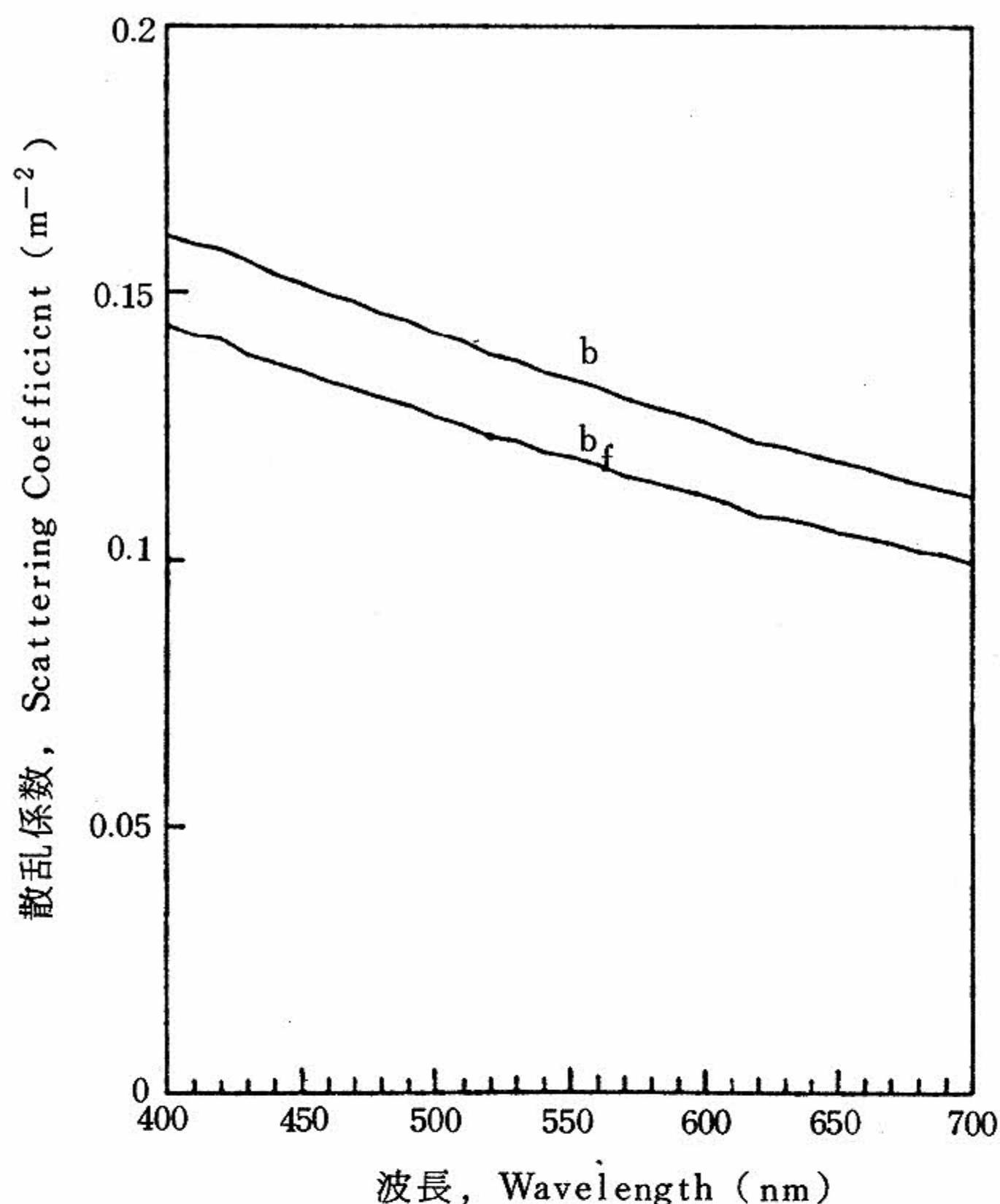
図2 懸濁粒子の粒度分布

Particle size distributions of suspended particles



(1) A点, Station A (2) B点, Station B

図3 粒度分布関数をもとに計算した体積散乱関数
Volume scattering functions at several wavelengths calculated
from the particle size distribution functions



b ; 全散乱係数, total scattering coefficient
 b_f ; 前方散乱係数, forward scattering coefficient

図4 B点における粒度分布関数をもとに計算した全散乱係数と前方散乱係数

Total and forward scattering coefficients calculated from the particle size distribution function at station B

さらに、これらの α および β の値をもとに $\lambda = 0.5$ および $\lambda = 0.6$ のときの β/λ^α の値を求めたところ、0.1389(計算値; 0.1422)および0.1235(計算値; 0.1256)となり、計算値とはほぼ等しくなる。

このことは多分散系であっても、散乱を計算する場合には(8)式のような式でも α および β の値を適当に決定すれば十分であるということを意味する。しかし、実際には散乱にも波長依存性が多かれ少なかれ存在すると考えられるので、その場合には多少の考慮を必要とするだろう。

4. おわりに

ここで述べた海中における粒子による光の散乱は粒子を球形とし、粒度分布を関数表示できるものとし、粒子に入射する光はすべて平行光であるとし、さらに粒子屈折率を実屈折率とするなどの理想化し

た仮定が沢山とり入れられているため、計算によって得られた結果は、恐らく実際の粒子における現象とはかなりかけはなれたものになっているであろうと考えられる。

しかし、現場で光散乱を正確に測定することは、現状ではまず困難であること、また、海洋遠隔探査その他の研究を進めていくうえで、光学特性を理解する基礎理論として、これで十分であることなどを考え合わせれば、きわめて有効な解析であると考えられる。

ただ、このような解析のもとになるパラメータは測定が難しく、必ずしも適切な値ではないため、もっと実際の値を設定することが可能となれば、さらに洗練された理論となるはずである。

懸濁粒子の形状を楕円形やその他の形と仮定し、その場合の系の光散乱を解析的に求めようとすれば粒度分布のほか、配向を確率的に考えなければならなくなり、一層複雑となることが確かである。しかし、必ずしも、より一層現実的な結果が得られるとは限らない。

なお、結果の解析でも触れたように、散乱と吸収とは、同時に存在する表裏一体とも言える光現象であることを考えれば、恐らく両者間には互になんらかの寄与を及ぼし合っていると考えられる。

また、植物プランクトンのような複雑な有機体粒子の光散乱を理論的に取扱ううえでは、散乱と吸収との両者を不可分なものとして考慮することが自然である。

文 献

- 1) Beardsley G. F. Jr., Pak H., Carder K., 1970, "Light scattering and suspended particles in the eastern equatorial Pacific Ocean", *Journal of Geophysical Research* 75(15), 2837-2845
- 2) Brown O. B., Gordon H. R., 1973, "Two component Mie scattering models of Sargasso Sea particles", *Applied Optics* 12(10), 2461-2465
- 3) Kullenberg G., 1968, "Scattering of light by Sargasso Sea Water", *Deep Sea Research* 15, 423-432
- 4) Owen R. W., Jr., 1973, "The effect of

表1 現場における下向照度消散係数と計算による全散乱係数, 前方散乱係数との比較

Comparison between downward irradiance attenuation coefficient from *in-situ* measurement, and total and foreward scattering coefficients calculated respectively from the particle size distribution function at station B

波 長 wavelength (nm)	照度計による下向 照度消散係数 (m^{-1}) downward irradiance attenuation coefficient	全 散 乱 係 数 (m^{-1}) total scattering coefficient	前 方 散 乱 係 数 (m^{-1}) foreward scattering coefficient
400	0.206	0.1603	0.1427
410	0.235	0.1591	0.1416
420	0.255	0.1582	0.1408
430	0.256	0.1550	0.1380
440	0.181	0.1533	0.1365
450	0.178	0.1515	0.1349
460	0.164	0.1496	0.1332
470	0.137	0.1479	0.1317
480	0.126	0.1446	0.1299
490	0.121	0.1445	0.1286
500	0.117	0.1422	0.1266
510	0.132	0.1404	0.1250
520	0.137	0.1379	0.1228
530	0.138	0.1370	0.1220
540	0.135	0.1348	0.1200
550	0.141	0.1336	0.1189
560	0.139	0.1320	0.1175
570	0.138	0.1299	0.1156
580	0.153	0.1285	0.1144
590	0.195	0.1272	0.1132
600	0.250	0.1256	0.1118
610	0.325	0.1238	0.1102
620	0.385	0.1218	0.1084
630	0.424	0.1210	0.1077
640	0.503	0.1196	0.1065
650	0.550	0.1182	0.1052
660	0.651	0.1169	0.1041
670	データなし	0.1156	0.1029
680	データなし	0.1141	0.1016
690	データなし	0.1132	0.1008
700	データなし	0.1119	0.0996

- particles on light scattering in the sea",
Journal of the Oceanographical Society of
Japan 29, 171-184
- 5) Pak H., Zaneveld J. R. V., Beardsley
G. F., Jr., 1971 "Mie scattering by
suspended clay particles", Journal of
Geophysical Research 76(21), 5065-5069
- 6) Penndorf R., 1962, "Angular Mie
scattering", Journal of the Optical Society
of America 52(4), 402-408
- 7) Zaneveld J. R. V., Pak H., 1973 "Method
for the determination of index of refraction
of particles suspended in the ocean",
Journal of the Optical Society of America
63(3), 321-324
- 8) Sugihara S., Tsuda R., 1979, "Light
scattering and size distribution of particles
in the surface waters of the North Pacific
Ocean", Journal of the Oceanographical
Society of Japan 35, 82-90
- 9) Van de Hulst H. C., "Light scattering by
small particles" (1957), John Wiley & Sons
- 10) 中尾定彦, 1979, "海中浮遊粒子のレーザ光散
乱モデル" 電気学会論文誌C 99(12), 25-31