

漂砂の数値シミュレーション ——振動流水槽による実験と シミュレーション手法について——

河野 健^{*1}

漂砂現象のうち最も基礎的かつ重要な砂漣の形成に関して、新たに作製したU字管振動流水槽を用いて実験を行った。由良海岸の砂を用いて実験を行った結果、振動流振幅が、

- ①42cm/s の場合、砂漣が形成されず、
- ②51cm/s の場合、高さ約1.7cm、間隔約11cmの砂漣が形成され、
- ③76cm/s の場合、高さ約5.5cm、間隔約26cmの砂漣が形成され、これによって砂がまい上がる現象が観察されるということが分かった。

また、この現象をシミュレートするため、砂をある粘度をもつ流体と考え、水と砂を二層流として解くという数値シミュレーションの手法について説明する。

キーワード：漂砂，振動流水槽，砂漣，数値シミュレーション，二層流

Numerical Simulation of Sand Drifting ——Experiment using an Oscillatory Flow Tank and the Method of Numerical Simulation —

Takeshi KAWANO^{*2}

About the formation of sand ripples, one of the most fundamental and important phenomena of drifting sand, the experiment was done using a U-tube Oscillatory Flow Tank.

Sand at Yura coast was used, and

- ① In case of 42cm/s flow amplitude, no sand ripple was formed.
- ② In case of 51cm/s flow amplitude, sand ripples, whose height were about 1.7cm, space were about 11cm, were formed.
- ③ In case of 76cm/s flow amplitude, sand ripples, whose height were

*1 海洋開発研究部

*2 Marine Research and Development Department

about 5.5cm, space were about 26cm, were formed, and by these sand ripples, particles of sand were blown up.

And the method to simulate the phenomena mentioned above is explained.

In this method, sand is treated as Newton Fluid. Then the interaction between sand and water is considered as a two-layer flow.

Key word : Sand Drifting, Oscillatory Flow Tank, Sand Ripple, Numerical Simulation, Two-layer Flow

1 はじめに

海浜開発の活発化にともない、沿岸域に構造物を構築したりあるいは、海浜の保護のために防波堤を構築する例が増えている。これら構造物の設置に際し、海底（海浜）の地形にどのような変化が生じるかは大変重要な課題である。前報¹⁾において海底地形の変形を予測する手段の一つとして数値シミュレーション法について文献調査を行った。その結果、海底の砂の移動には砂漣の形成・消滅が重要な役割を果していること、砂層をある粘性を持つ流体と仮定し、砂と海水の境界面を流体力学で言うところの自由表面と似た取り扱いをすることで新しい3次元海底地形変形モデルができるのではないかという可能性が明らかとなった。そして、まず第1段階として砂漣の形成をシミュレートすることを試みることにした。そこで本報では、第2章において、砂の移動に関して最も基礎的かつ重要な砂漣の形成について小型の振動流水槽を新たに作成し実験を行ったので、その結果について述べる。また第3章において、この現象をシミュレートする手法について説明する。

2 U字管振動流水槽による砂漣形成実験

前報¹⁾で述べた通り、海底地形の変形の要因となる砂の移動には、砂漣が重要な役割を果している。しかし、実海域において砂漣を観測することは困難である。そこで、定量的な評価のしやすい水槽実験によって、数値モデル化のためのデータの取得や基礎的な現象の把握のための実験を行うため、小型のU字管振動流水槽を新たに作成し、砂漣の形成に関する実験を行った。水槽の設計にあたっては、文献2), 3)を参考とした。

2.1. U字管振動流水槽諸元

U字管振動流水槽は垂直部 1.1m, 水平部 2.1m で 20cm × 30cm の長方形の断面をもつU字型の管である（図 2.1, 写真 2.1）。計測部は水平部のうち 2m で、両側面がガラス張りとなっている。水平部の上側面はアクリル製で全体が取り外しできる構造となっている。この上側面のアクリ

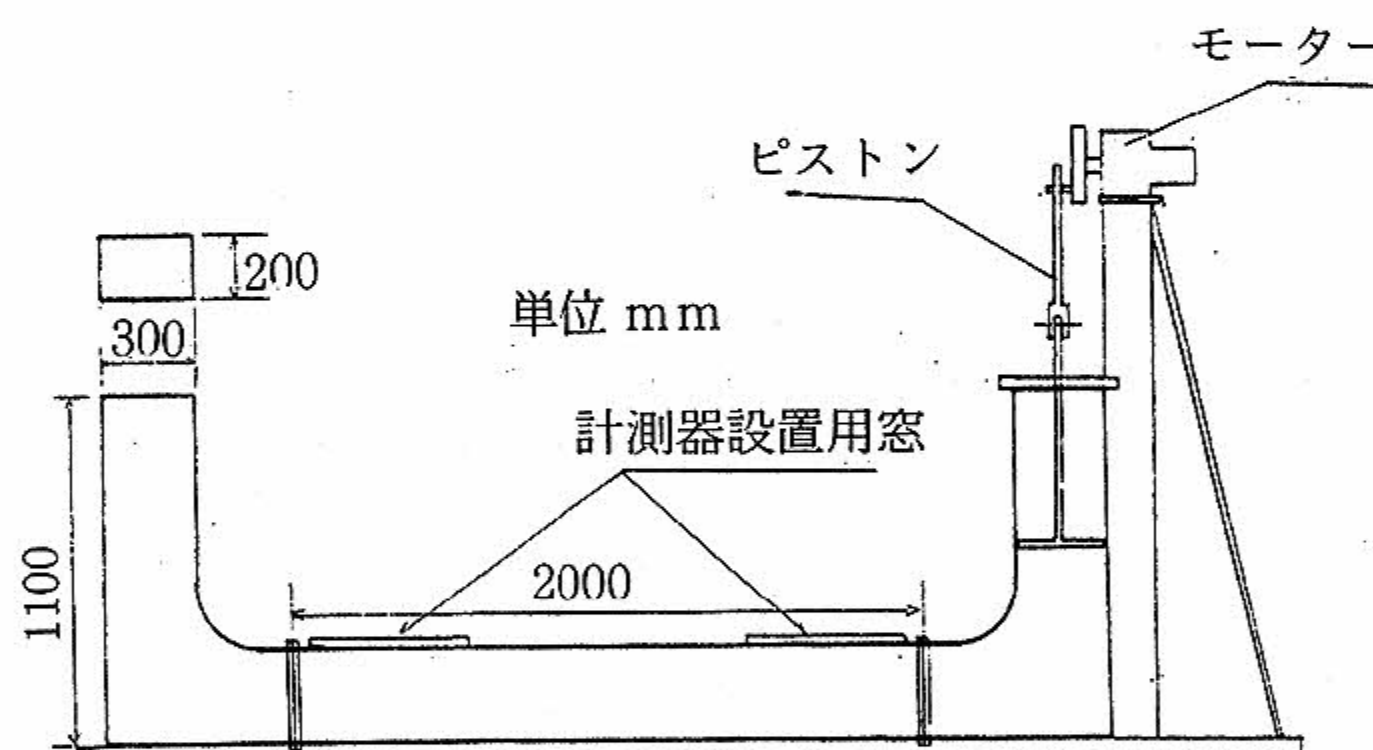


図 2.1 U字管振動流水槽

Fig. 2.1 U-tube Oscillatory Flow Tank

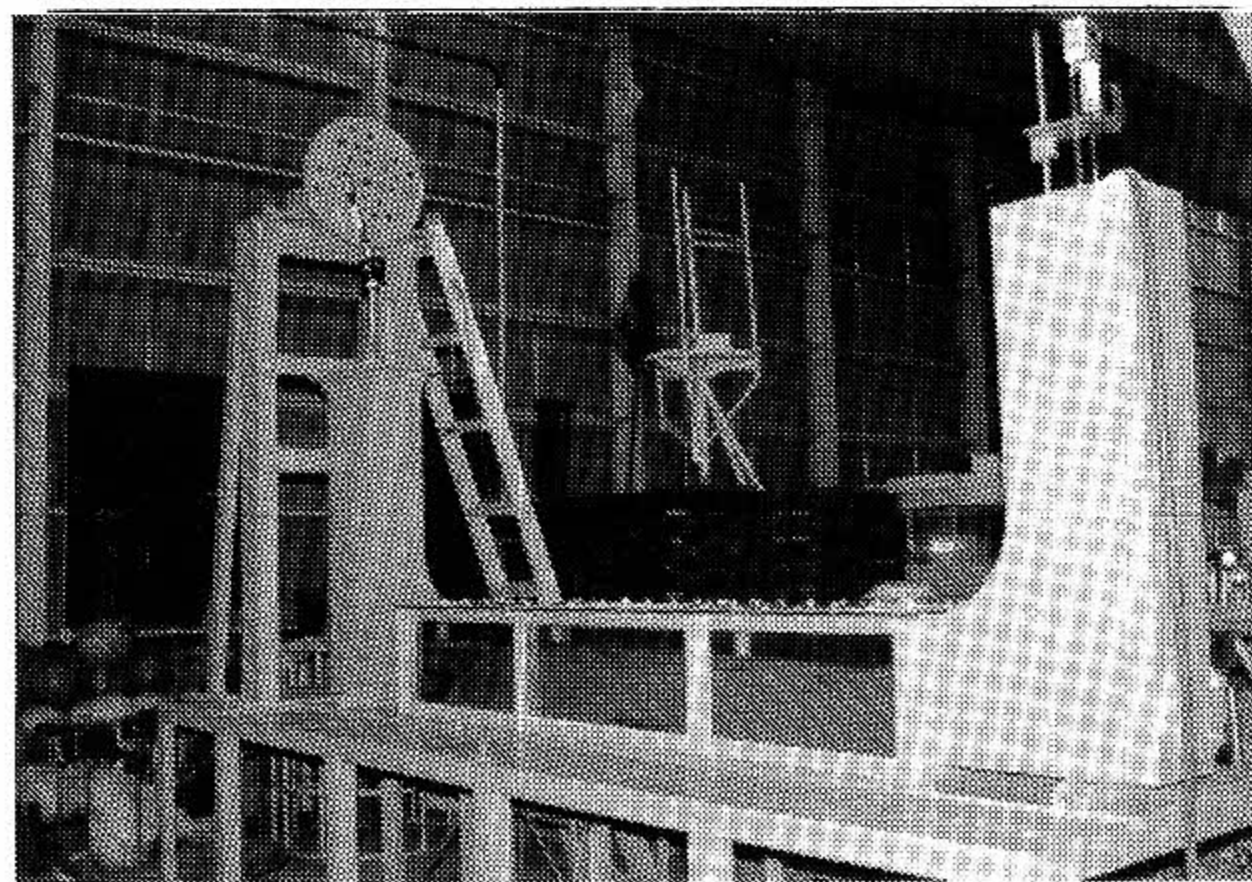


写真 2.1 U字管振動流水槽

Photo 2.1 U-tube Oscillatory Flow Tank

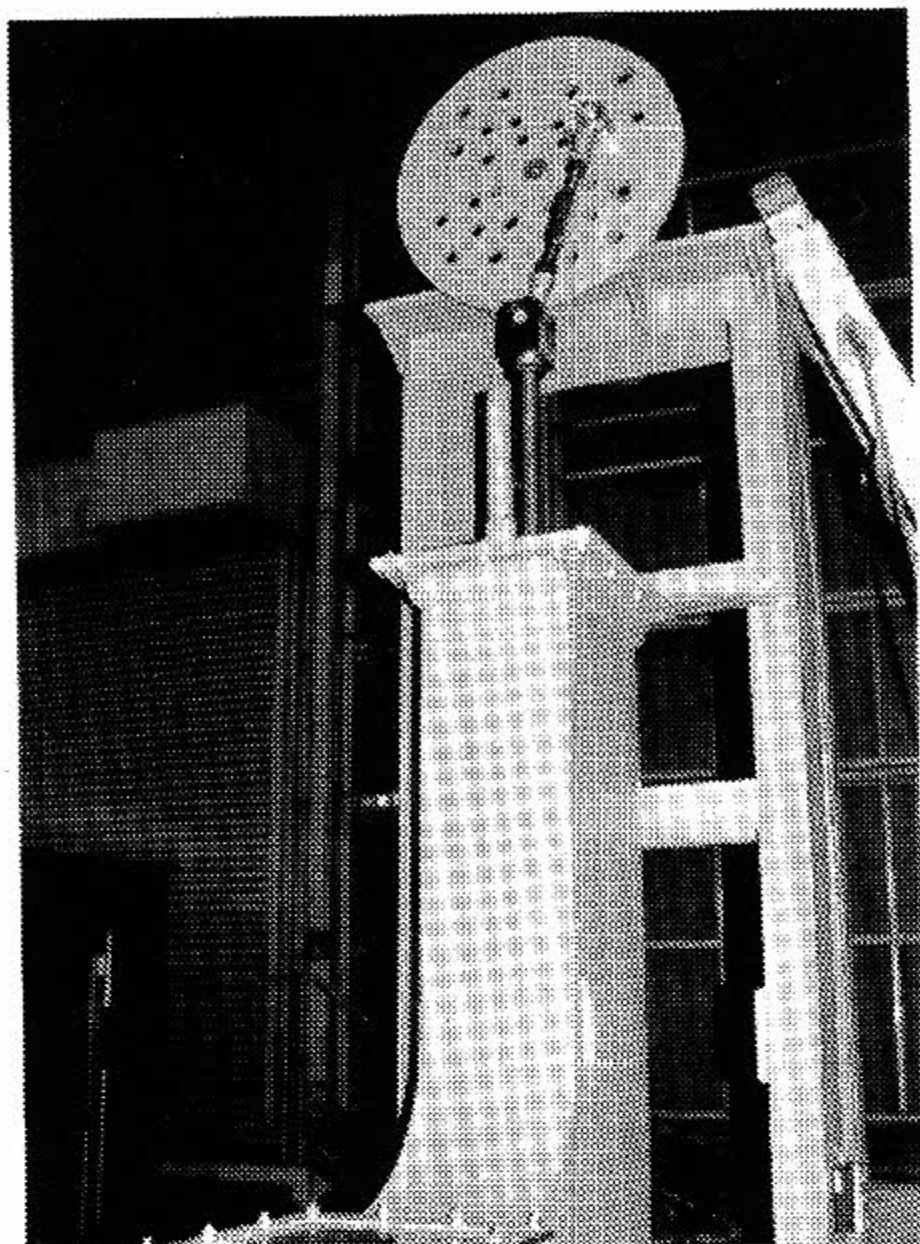


写真 2.2 ピストン部

Photo 2.2 Piston

ル板には 2 箇所の計測器設置用の蓋を設けてある。この U 字管の片側にピストンを付け、これによって水平部に振動流を発生させる。モータの軸の先端に円盤を取り付け、この円盤にピストンのロッドを取り付けることによってピストンを上下させる。モータは 5.5～33.3rpm まで無段階に変速が可能で、またモータの先端に取り付けた円盤には 6cm～20cm まで 5mm 間隔でロッド取り付け用の穴があけてあるため、これによりピストンのストロークも 6cm～20cm まで 5mm 間隔で変えることができる（写真 2.2）。さらにロッドの長さも 10cm の範囲で変えることが可能である。

2.2 振動流の流速振幅計測

実際に砂を入れて実験する際に、同時に振動流の流速振幅を計測することは困難なため、あらかじめピストンのストロークと周期と計測部に生じる振動流の流速振幅との関係を得るための実験を行った。振幅 1m/s 程度という高速の振動流を得るため、図 2.2 に示す様な治具を用いて計測部の入口をベルマウス状にした上、流路面積を 1/3 とした。実験の手順は、以下の通りである。

- ① 計測部に水平台 2 個を並べ、これをベルマウス用治具及び固定用治具で固定する。
- ② 砂の代わりに水平台 2 個をさらに重ねる。
- ③ U 字管水槽の上部に設けた計測器設置用窓の透明アクリル板に穴をあける。ここから小型電磁

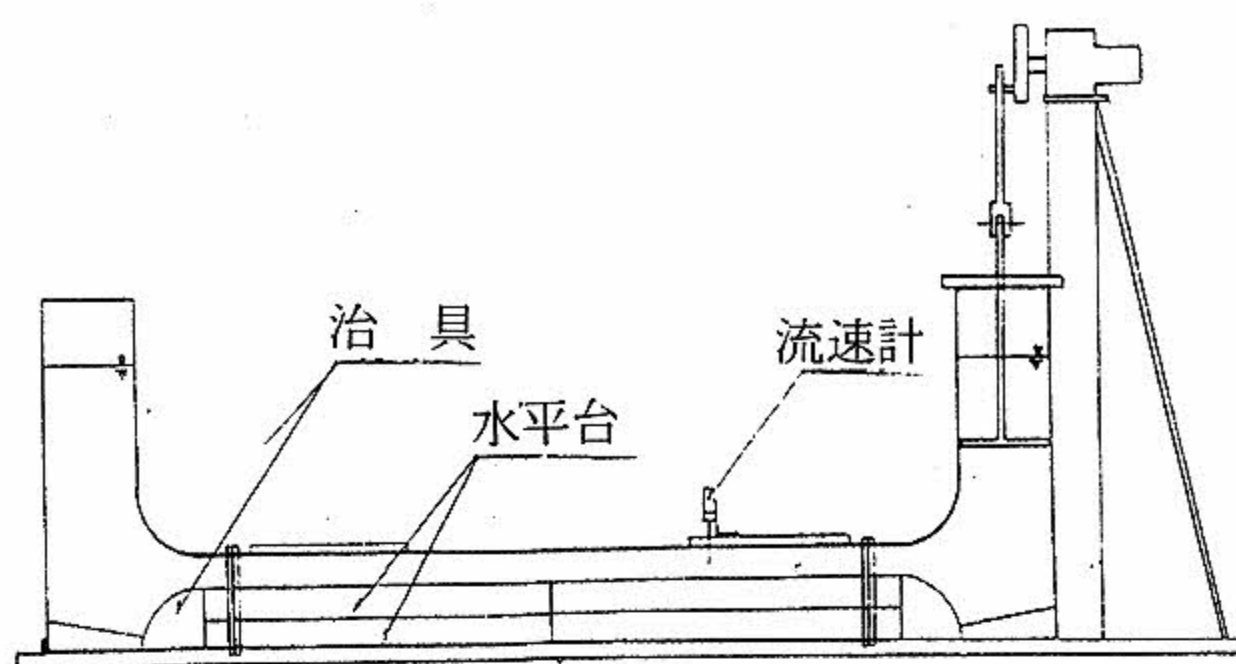


図 2.2 流速振幅計測

Fig. 2.2 Layout of Measurement of Oscillatory Flow

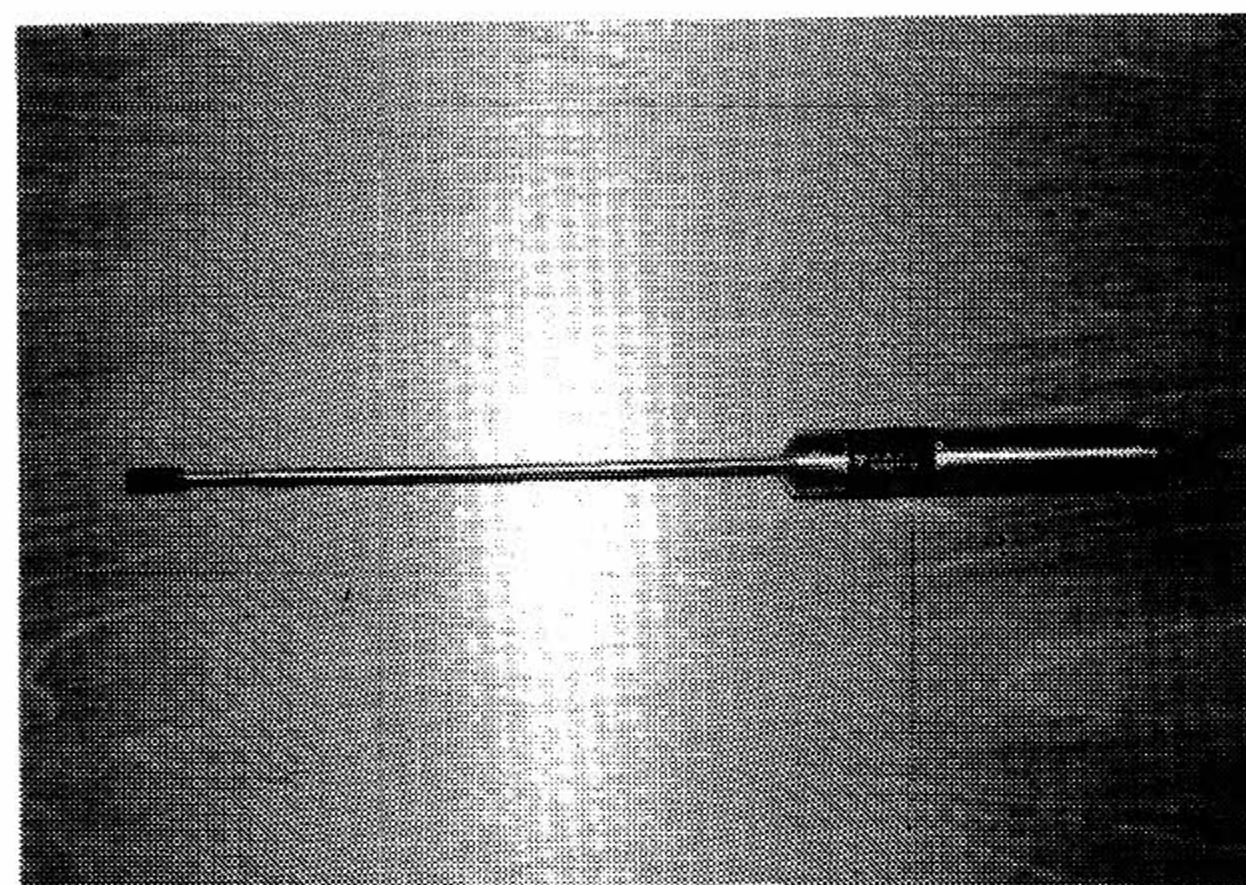


写真 2.3 電磁流向・流速計

Photo 2.3 Current Meter

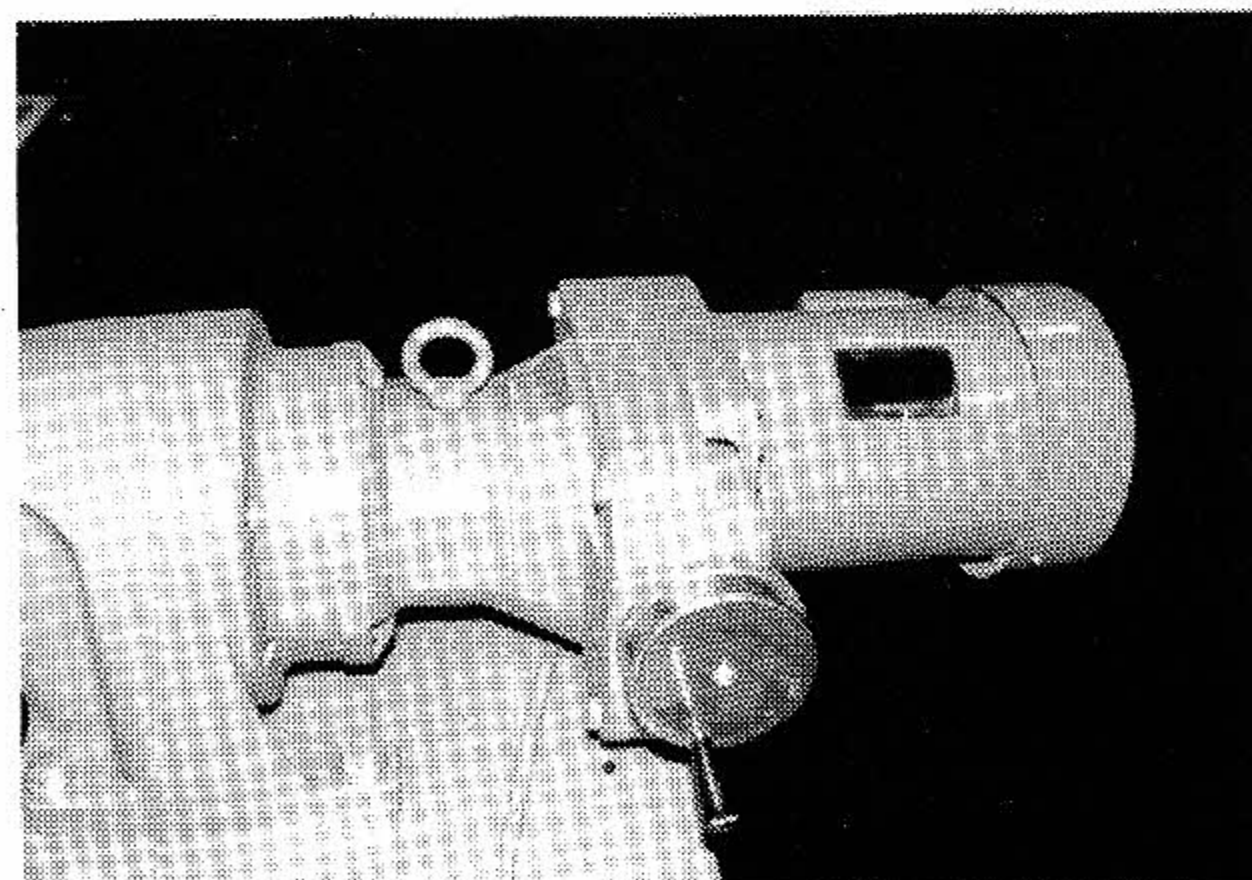


写真 2.4 モーター部

Photo 2.4 Motor of Piston

流速計（写真 2.3）を挿入、センサー部が流路の中央即ち水平台上 5cm のところにくるように固定し、銀テープ、防水シリコンにより耐水処置を施す。

- ④ 振動流発生用ピストンの周期及びストロークをさまざまに変化させ、小型電磁流速計によって

計測部に生じる振動流の周期及び流速振幅を計測する。

実験条件は、ストロークが6cm, 12cm, 16cm, 20cmの5種類、周波数が約0.1秒～0.6秒までである。周波数はモーターの出力によって変化し、その出力の指示値を目安に設定する(写真2.4)。出力の指示値と実際の出力には若干のずれがある。

この計測は2回行い、その結果を表2.1に示す。
ピストンのストロークを a_0 , 周波数を f とすると、ピストンの運動は、

$$a = a_0 \sin(2\pi f \cdot t) \quad \dots\dots\dots 2.2.1$$

と表される。従って、U字管内の液体がこれと全

表 2.1 振動流振幅計測結果

Table 2.1 Result of Measurement of Oscillatory Flow Amplitude

ストローク 20cm

出 力	20%		40%		60%		80%	
回 数	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目
周 波 数(Hz)	0.103	0.109	0.208	0.224	0.331	0.351	0.422	
流速振幅(cm/s)	42.4	46.4	84.0	89.9	129.3	129.4	164.8	

ストローク 16cm

出 力	20%		40%		60%		80%		100%	
回 数	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目
周 波 数(Hz)	0.122	0.104	0.223	0.224	0.331	0.329	0.429	0.427	0.505	
流速振幅(cm/s)	37.9	34.1	67.2	69.1	98.7	98.1	123.7	123.5	158.4	

ストローク 12cm

出 力	20%		40%		60%		80%		100%		120%	
回 数	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目
周 波 数(Hz)	0.124	0.105	0.223	0.223	0.328	0.333	0.426	0.433	0.538	0.532	0.633	
流速振幅(cm/s)	30.1	27.2	50.9	51.2	78.6	75.5	91.0	92.5	117.9	117.3	144.0	

ストローク 8cm

出 力	20%		40%		60%		80%		100%		120%	
回 数	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目
周 波 数(Hz)	0.122	0.104	0.222	0.225	0.331	0.334	0.427	0.435	0.535	0.543	0.633	0.641
流速振幅(cm/s)	21.0	18.1	33.8	34.9	48.6	48.8	62.4	64.0	80.0	80.5	96.0	100.0

ストローク 8cm

出 力	20%		40%		60%		80%		100%		120%	
回 数	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目	1回目	2回目
周 波 数(Hz)	0.120	0.101	0.222	0.225	0.330	0.333	0.429	0.429	0.535	0.541	0.625	0.641
流速振幅(cm/s)	16.0	14.4	26.4	19.2	38.6	38.2	48.2	48.0	59.0	60.0	72.0	75.2

く同時に動けば、発生する振動流は式 2.2.1 を微分して、

$$v = 2\pi a_0 f \cos(2\pi f \cdot t) \quad \dots 2.2.2$$

となる。

今、流路を 1/3 にしているので、計測部に発生する振動流の流速振幅は理想的には、

$$v_0 = 6\pi a_0 f \quad \dots 2.2.3$$

となる。この直線と実験結果をプロットしたものが図 2.3 である。周波数が小さい場合を除くとだいたい一致するようである。

一方、U字管内の液体の振動場合、管路に沿った液体の長さ、即ち管内液長 $2Z_0$ と、振動の液面差 $2h_0$ が、 $Z_0 \gg h_0$ の関係にあるとき、そのU字管内の液体の固有振動数は、

$$\omega = (g/Z_0)^{0.5} \quad \dots 2.2.4$$

$$\text{但し、} \omega = 2\pi f \quad \dots 2.2.5$$

で表される⁴⁾。

今回の振動流流速振幅測定の場合、管内液長は

$$2Z_0 = 3.7 \text{ m} \quad 2.2.6$$

であるので、固有振動数は、

$$f = 0.26 \quad \dots 2.2.7$$

となる。

表 2.1 をみるとストローク $a_0 = 20 \text{ cm}$ の場合を除くと、この固有振動数に近い $f = 0.2 \sim 0.3 \text{ Hz}$ の場合にモータの出力の指示値と振動流の周波数が良く一致するようである。

2.3 砂漣形成実験

2.3.1 由良海岸の砂の特性

実験には由良海岸の砂を用いた。この砂は、由良海岸の任意の数カ所から集めた砂を混ぜ合わせたものを実験に使用する砂とした。この砂を JIS の規定に基づき標準網ふるいを用いて粒度分析を行った。主な手順は以下の通りである⁵⁾。

① 底質試料をバットにいれ天日で充分に乾燥させる。

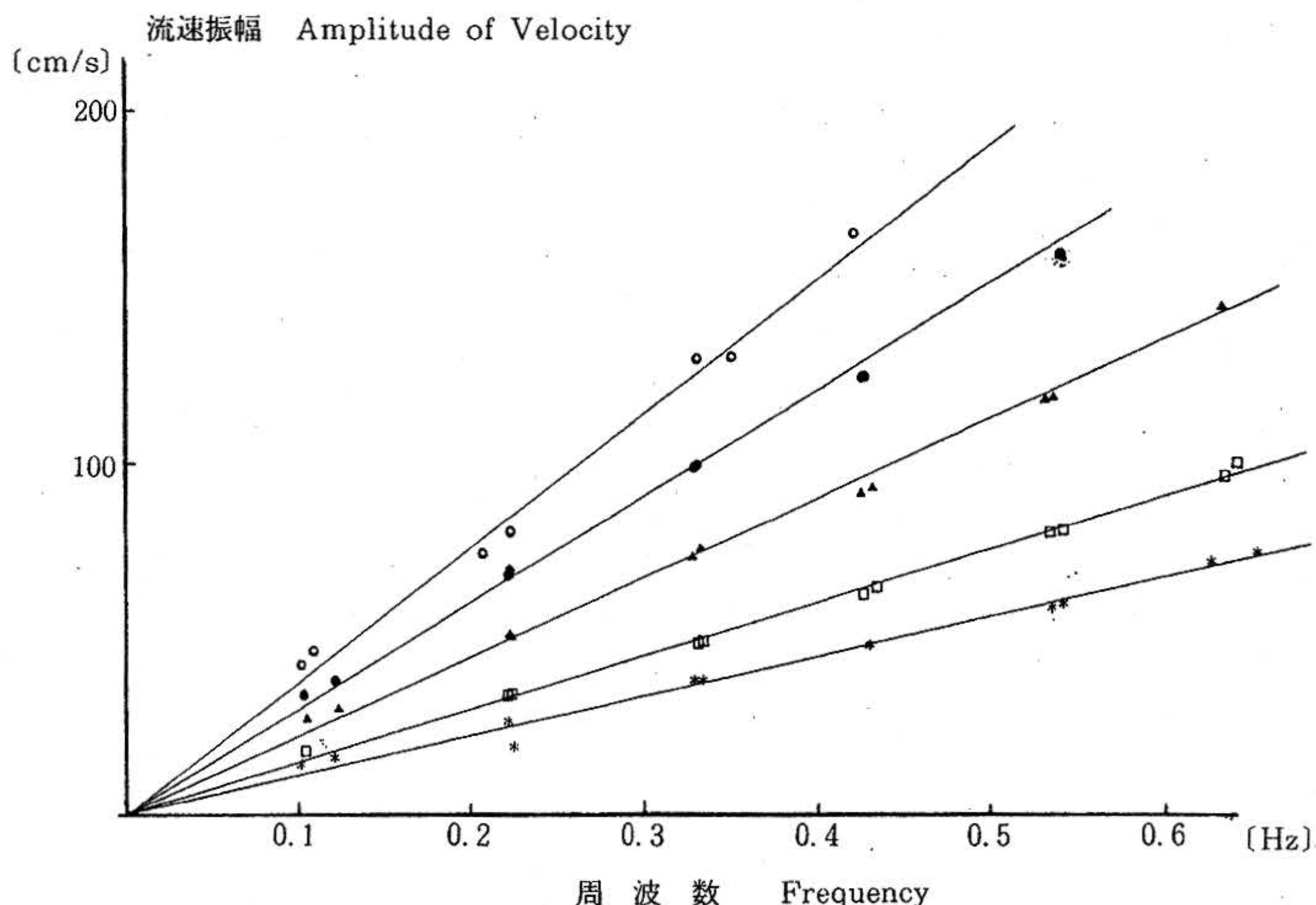


図 2.3 振動流振幅の実験結果

Fig.2.3 Result of Experiment of Oscillatory Flow Amplitude

- ② 乾燥後，上皿天秤で乾燥重量を測定する。
 - ③ 標準網ふるい（めあい：2.0, 0.85, 0.425, 0.25, 0.18, 0.106, 0.075mm）を用いてふるい分けを行う。
 - ④ 各ふるいに残った底質試料の重量を上皿天秤で測定する。
- これによって各粒径に対する重量分布をもとめる。
各粒径 d に対し，

$$\phi = -\log_2 d \quad \dots\dots\dots 2.3.1$$

なる ϕ 値を定義し，粒径の大きい方即ち ϕ 値の小さい方から加積曲線を描いたものが図 2.4 である。このとき全重量を 100% として，その 5%，16%，50%，84%，95% に相当する ϕ 値をそれぞれ ϕ_5 ， ϕ_{16} ， ϕ_{50} ， ϕ_{84} ， ϕ_{95} とすると，中央粒径値 Md ，淘汰度 $\sigma\phi$ ，歪度 $\alpha\phi$ は，

$$Md = \phi_{50} \quad \dots\dots\dots 2.3.2$$

$$\sigma\phi = \frac{(\phi_{84} - \phi_{16})}{4} + \frac{(\phi_{95} - \phi_5)}{6.6} \quad \dots\dots 2.3.3$$

$$\alpha\phi = \frac{(\phi_{85} + \phi_{16} - 2\phi_{50})}{2(\phi_{84} - \phi_{16})} + \frac{(\phi_{95} + \phi_5 - 2\phi_{50})}{2(\phi_{95} - \phi_5)} \quad \dots\dots\dots 2.3.4$$

また，メスシリンダーに水をいれ，これに予め重量を計っておいた底質試料をいれてその体積を測り比重を測定した。これらの結果を表 2.2 に示す。

表 2.2 由良海岸の砂の特性

Table 2.2 Characteristics of the Sand at Yura Coast

中央粒径値	歪度	淘汰度	比重
0.898	0.405	0.740	2.46

2.3.2 砂漣形成実験

2.2 で並べた 2 個の水平台の上に 2.3.1 の砂を敷き詰める。即ち計測部には長さ 2 m，幅 20cm，高さ 10cm にわたって砂が敷き詰められた状態で実験をおこなった（図 2.5）。実験の手順は次の通りである。

- ① 2.3.1 で流速計測のためにあけた穴をボルトでふさぎなめらかにするため防水シリコンを塗布し，テープをはる。
- ② 垂直部のピストンのついていない開口部に容量式波高計をセットし，振動流の周期を計測する。
- ③ ストロークを 12cm とし，周波数をかえて砂の移動状況を観察する。
- ④ 砂漣が形成された場合は，そのうち中央部に形成された 3 つについてメジャーをもちいてその高さ h 及び間隔 L （図 2.6）を測定しその平均をとる。

尚，実験は(1)以外はそれぞれの場合で 2 回ずつ行った。実験条件並びに実験結果を表 2.3 に示す。表中の振動流速振幅は式 2.2.3 を用いた。

(1) ストローク 12cm，周波数約 0.1 Hz の場合

表面の砂が少し移動するのみで，砂漣の形成はみられなかった。（写真 2.5）

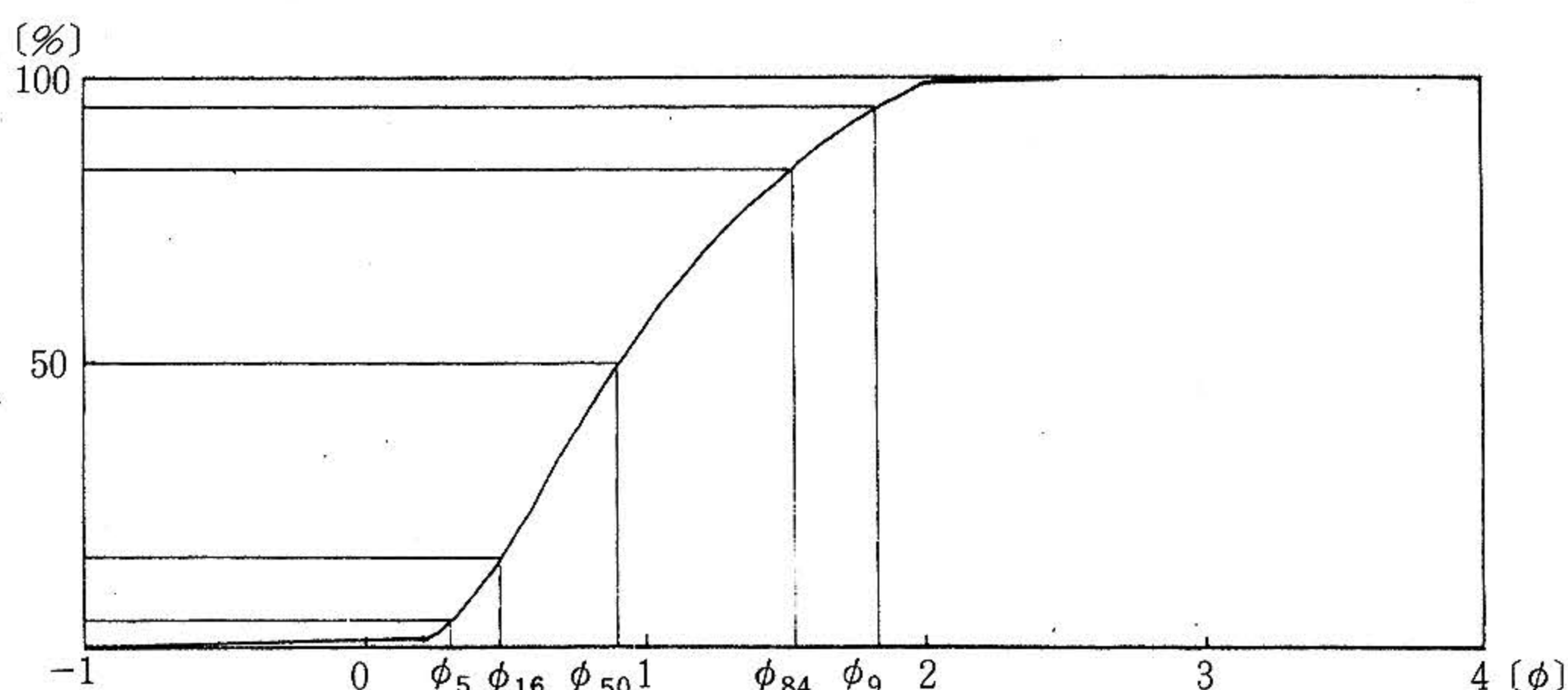


図 2.4 由良の海岸砂の粒度分布加積曲線

Fig. 2.4 Cumulative frequency curve of the Sand of Yura Coast

- (2) ストローク 12cm, 周波数約 0.23Hz の場合
 高さ約 2cm, 間隔約 11cm の砂漣がみられた。
 しかし, 砂漣の大きさが小さいか砂の巻上がり
 は観察されず, 砂漣の表面に沿って移動するのみ
 であった。(写真 2.6)
- (3) ストローク 12cm, 周波数約 0.34Hz の場合
 高さ約 6cm 間隔約 26cm の砂漣が形成され, こ

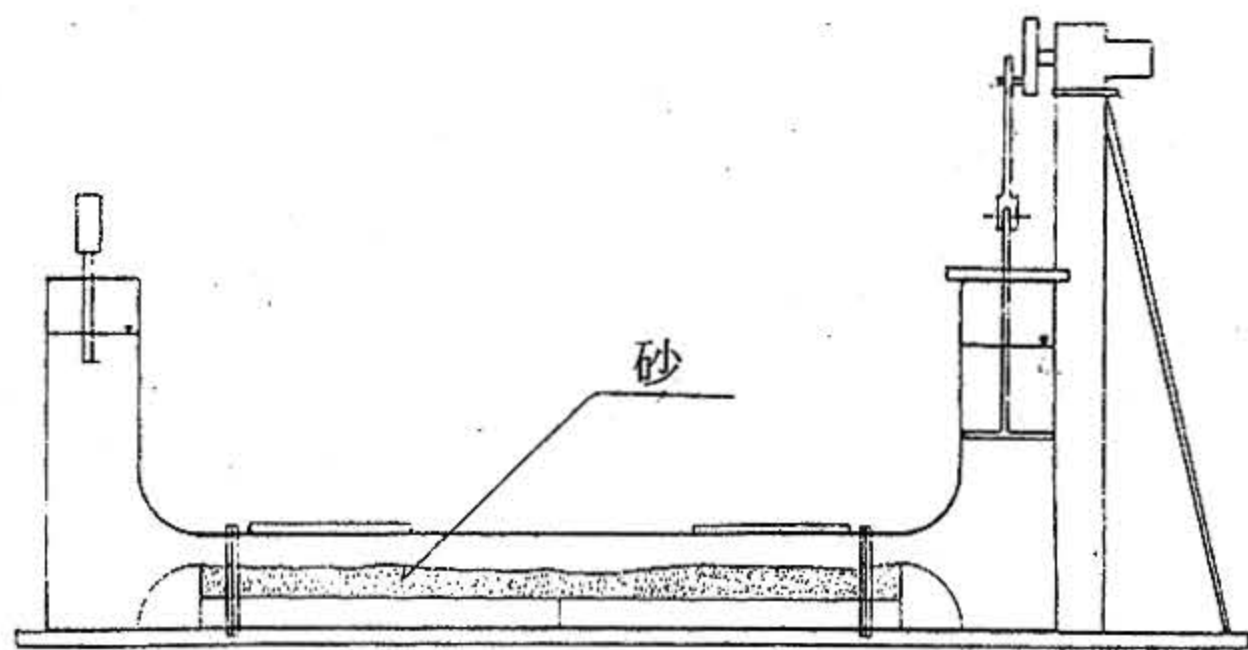


図 2.5 砂 漣 形 成 実 験
 Fig. 2.5 Layout of measurement of Sand ripple

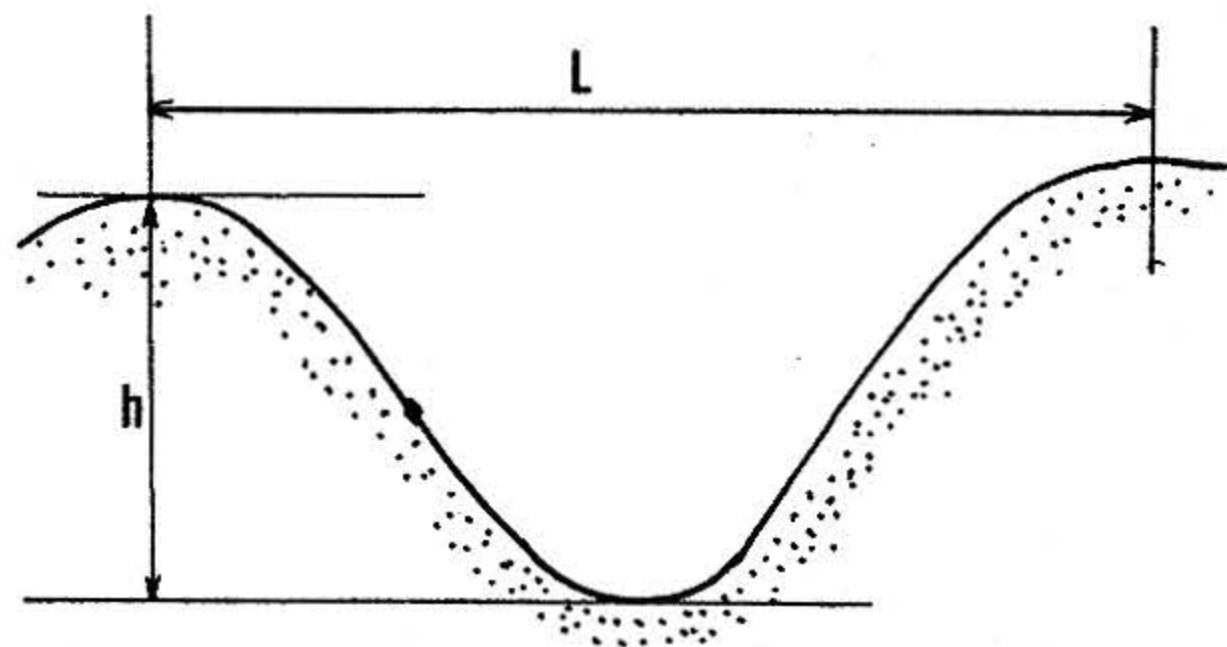


図 2.6 砂漣高さ h と間隔 L
 Fig. 2.6 Definition of h and L of Sand ripple

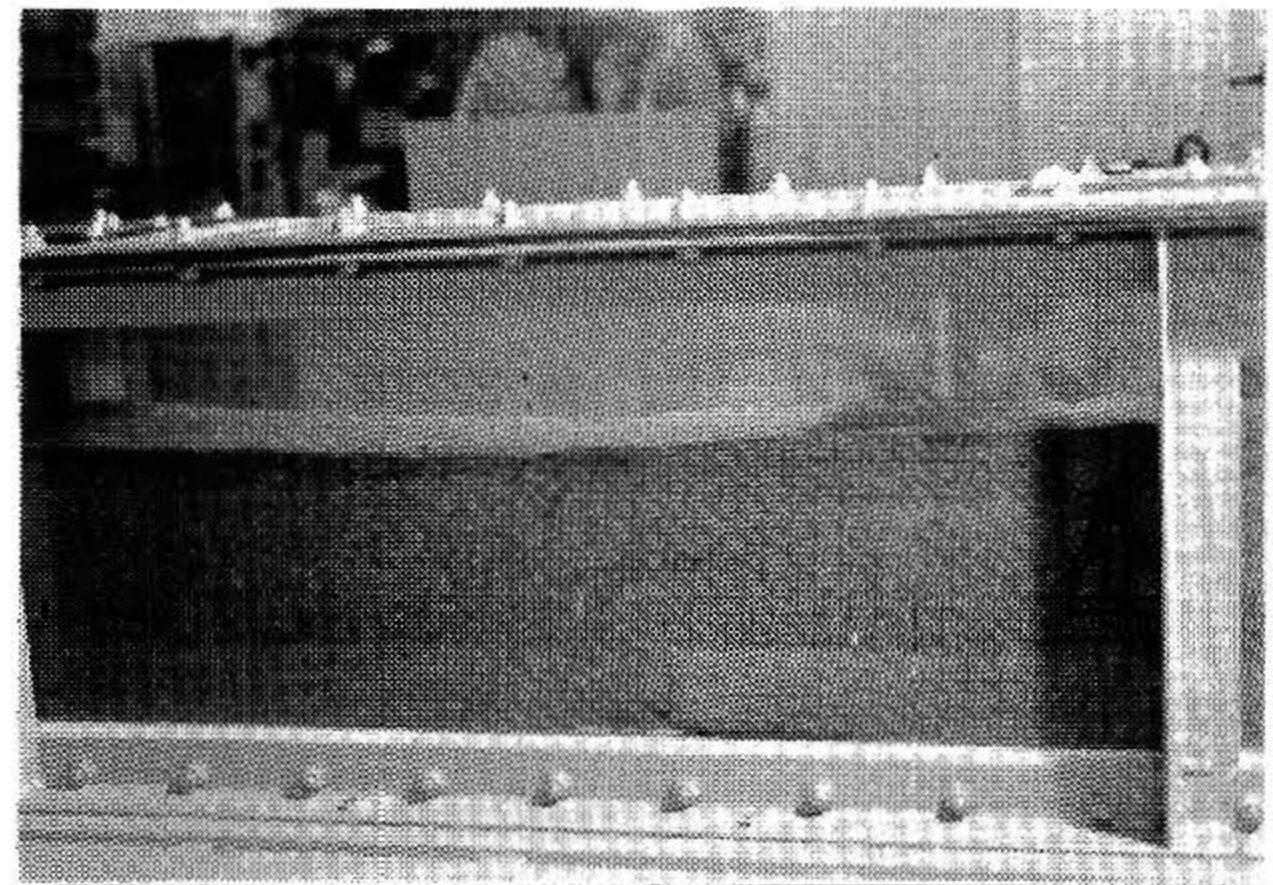


写真 2.5 ストローク 12cm 周波数 0.1
 のときの実験結果
 Photo 2.5 Result of experiment
 stroke=12cm, $f=0.1$

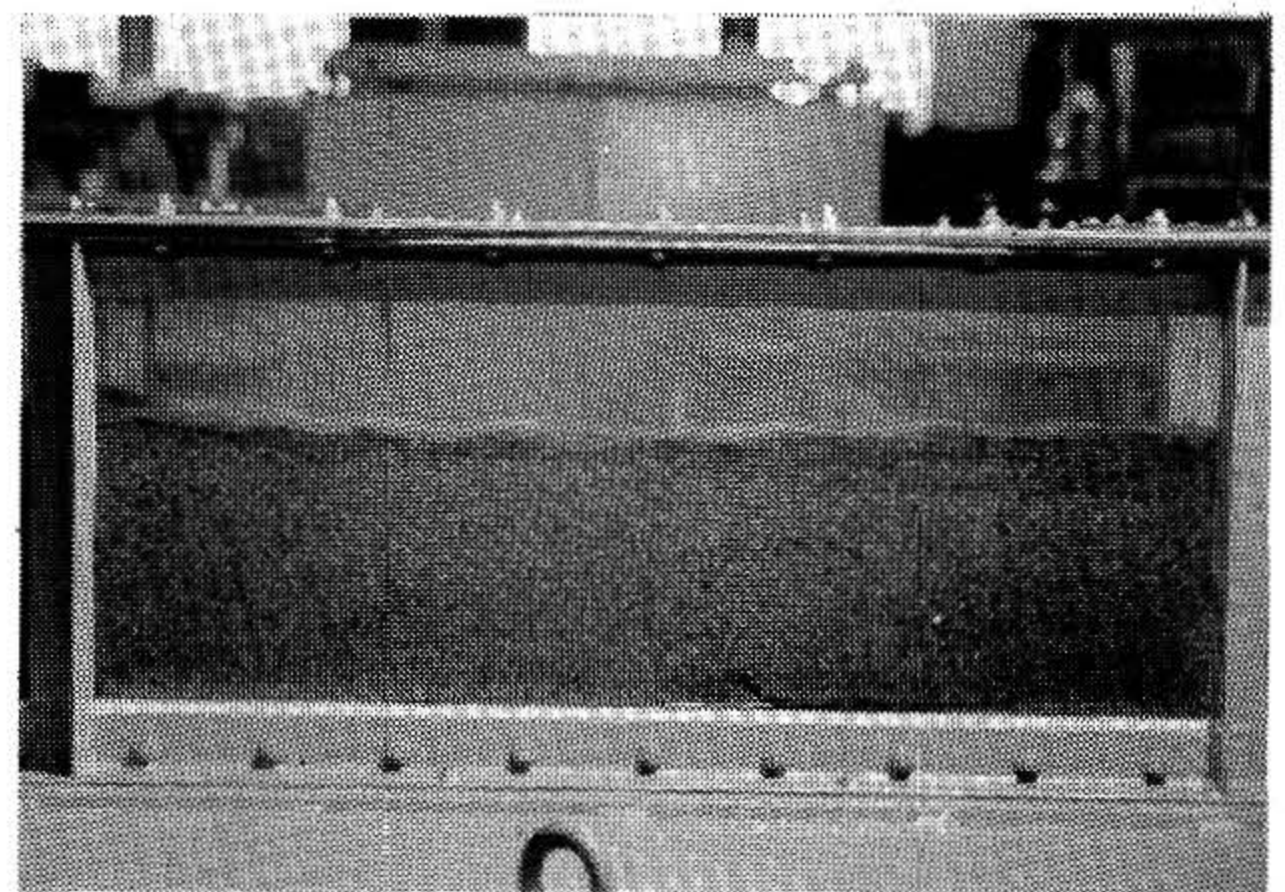


写真 2.6 ストローク 12cm 周波数 0.23
 のときの実験結果
 Photo 2.6 Result of experiment
 stroke=12cm, $f=0.23$

表 2.3 砂漣形成実験結果
 Table 2.3 Result of measurement of Sand ripples

		ストローク	周波数	振動流速振幅	砂漣高さ	砂漣間隔
ケース 1	1 回目	12 cm	0.103	42.4cm/s	—	—
ケース 2	1 回目	12 cm	0.225	50.9cm/s	1.5cm	11.7cm
	2 回目	12 cm	0.225	50.9cm/s	1.8cm	11.0cm
ケース 3	1 回目	12 cm	0.337	76.2cm/s	5.3cm	27.3cm
	2 回目	12 cm	0.336	76.0cm/s	5.7cm	25.3cm

の砂漣によって流れが剥離渦となって砂がまきあげられる様子が観察された。(写真 2.7)

このほかにも写真 2.8 にみられるような 3 次元の砂漣の形成も見られた。

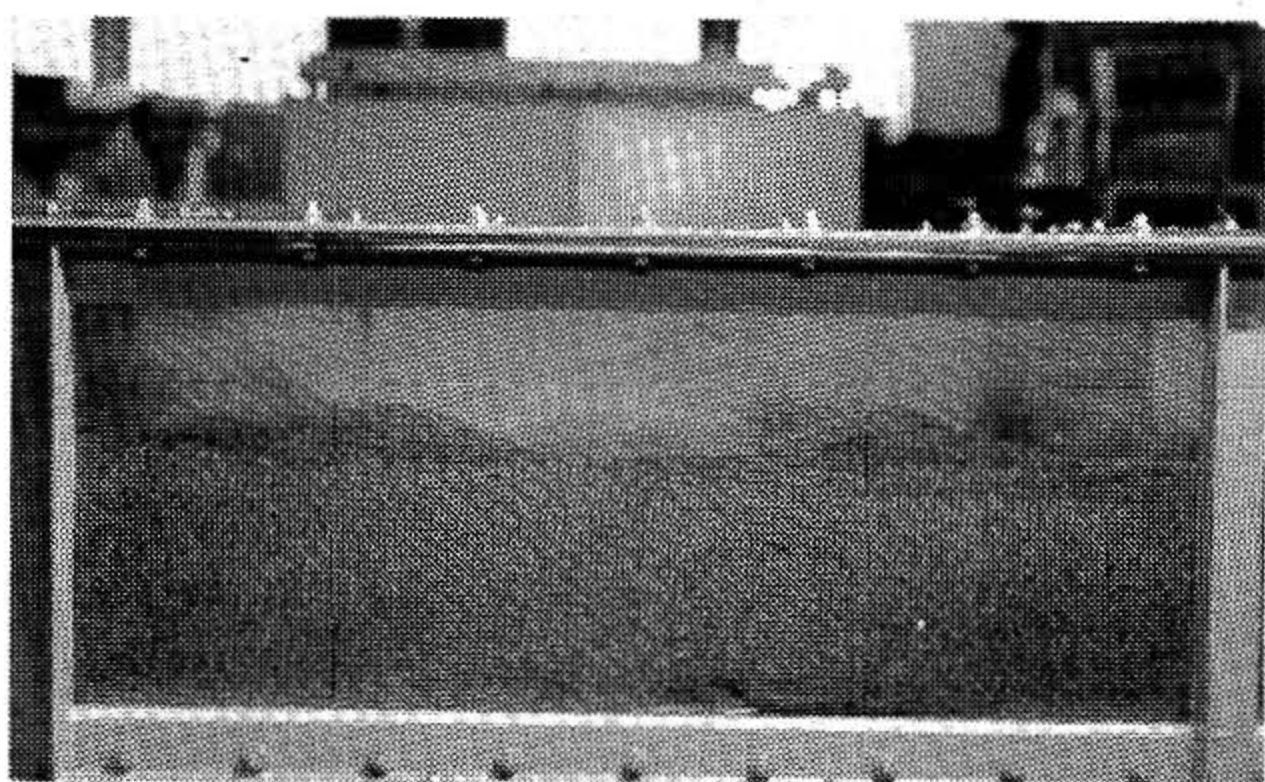


写真 2.7 ストローク 12cm, 周波数 0.34
のときの実験結果

Photo 2.7 Result of experiment
stroke=12cm, f=0.34

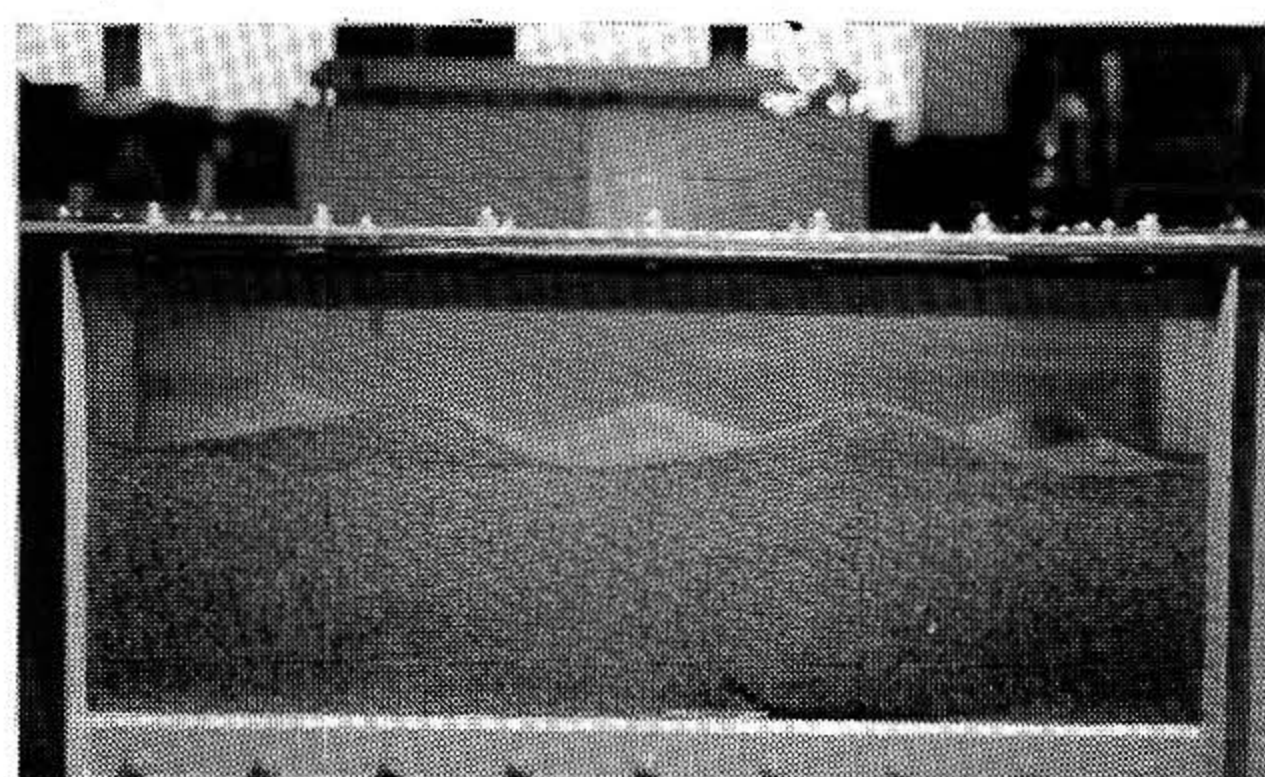


写真 2.8 3 次元砂漣

Photo 2.8 3-D sand ripples

3 数値シミュレーション法

漂砂による海底地形の変形は、実海域において広域にわたって観測を行うことは比較的困難である。そこで、海底地形変形の予測手法として、前報¹⁾において 3 次元海底地形変形の数値シミュレーション法を紹介した。しかし、この方法は深さ方向に積分したナビエ・ストークスの方程式をもちいており、漂砂の移動方向関数なども組み込まれているなどの問題点もあり、3 次元海底地形変形の数値シミュレーション法の開発はまだ端にいたばかりと考えられる。

そこで、前報¹⁾では、砂層をある粘性係数をもつ流体と考え、水と砂を 2 層流として考えることにより新たな数値シミュレーション法を開発できるのではないかと提案した。そこで、本報において、まず漂砂現象のうち最も重要かつ基礎的な砂漣の形成について、第 2 章において観察された現象をシミュレートすることを試みたので、その方法について説明する⁶⁾。プログラムやパラメータ等に未だ問題を残しており、第 2 章において観察された現象をシミュレートするには至っていないが、シミュレーションの途中結果についても簡単に説明する。

3.1 支配方程式

本方法では、水も砂も非圧縮性のニュートン流体と仮定しているので、水を第 1 流体、砂層を第 2 流体とすると、支配方程式はともに次のようなナビエ・ストークスの方程式と連続の式である。

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0 \quad \dots 3.1.1$$

$$\left. \begin{aligned} \text{第 1 流体} \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + w_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \nu_1 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} + w_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} + \nu_1 \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial w_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial w_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial w_1}{\partial y} + w_1 \frac{\partial w_1}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} + \nu_1 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} \right) + g \end{aligned} \right\} \dots 3.1.2$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial z} = 0 \quad \dots 3.1.3$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} + w_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} + \nu_2 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} \right) \\
 \text{第2流体} & \frac{\partial v_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} + w_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial y} + \nu_2 \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} \right) \\
 & \frac{\partial w_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial w_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial w_2}{\partial y} + w_2 \frac{\partial w_2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} + \nu_2 \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial z^2} \right) + g
 \end{aligned} \right\} \dots 3.1.4$$

ここで、 u, v, w は流速の各成分、 t は時間、 p は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度であり、添え字は第1流体、第2流体の区別を示す。密度は各流体中で一定と仮定する。

第1流体と第2流体の境界は、以下の二つの力学的条件と運動学的条件の二つの式によって自由表面と同様に表される。簡略化のため現段階では力学的条件については一般の水波問題で良く用いられるものと同じものを用いている。

$$p^1 = p^2 \dots\dots\dots 3.1.5$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} = 0. \dots\dots 3.1.6$$

ここで、 f は自由表面（第1流体と第2流体の境界）を表す関数で

$$f(x, y, z, t) = f_0 \dots\dots\dots 3.1.7$$

3.2 アルゴリズム

アルゴリズムはMAC法⁷⁾をベースに Miyata et al.^{8)~10)}によって改良されたTUMMAC法に

基づいている。格子系は直角座標系を用い、振動流の方向を x 、それと直角の方向を y 、鉛直方向を z とする。また、スタガード・メッシュを用いており、各速度成分の配置は、図3.1のようになる。

式3.1.2は次のように差分される。

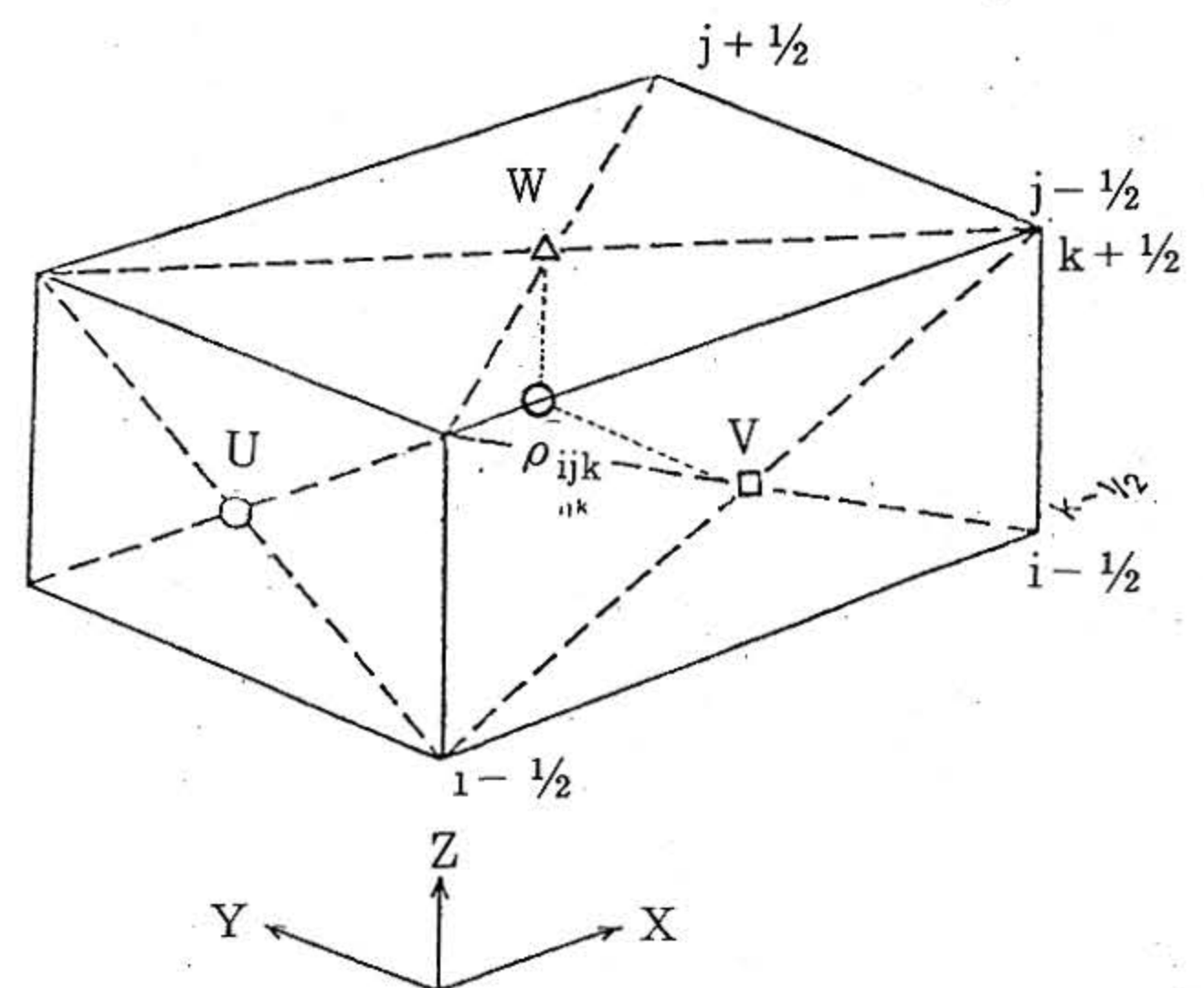


図3.1 各速度成分及び圧力、密度の定義点
Fig. 3.1 Definition points of variables

$$\left. \begin{aligned}
 u_{i+1/2, j, k}^{n+1} &= \xi_{i+1/2, j, k} - \frac{\varphi_{i+1, j, k} - \varphi_{i, j, k}}{\Delta x} \Delta t, \\
 v_{i, j+1/2, k}^{n+1} &= \eta_{i, j+1/2, k} - \frac{\varphi_{i, j+1, k} - \varphi_{i, j, k}}{\Delta y} \Delta t, \\
 w_{i, j, k+1/2}^{n+1} &= \zeta_{i, j, k+1/2} - \frac{\varphi_{i, j, k+1} - \varphi_{i, j, k}}{\Delta z} \Delta t,
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.2.1$$

ここで、

$$\xi_{i+1/2, j, k} = u_{i+1/2, j, k} - \Delta t \cdot UC_{i+1/2, j, k}$$

$$\begin{aligned}
& + \nu \Delta t \left[\frac{u_{i+3/2,j,k} + u_{i-1/2,j,k} - 2u_{i+1/2,j,k}}{\Delta x^2} \right. \\
& + \frac{u_{i+1/2,j+1,k} + u_{i+1/2,j-1,k} - 2u_{i+1/2,j,k}}{\Delta y^2} \\
& \left. + \frac{u_{i+1/2,j,k+1} + u_{i+1/2,j,k-1} - 2u_{i+1/2,j,k}}{\Delta z^2} \right], \\
\eta_{i,j+1/2,k} &= v_{i,j+1/2,k} - \Delta t \cdot VC_{i,j+1/2,k} + \nu \Delta t [\dots], \\
\zeta_{i,j,k+1/2} &= w_{i,j,k+1/2} - \Delta t \cdot WC_{i,j,k+1/2} + \nu \Delta t [\dots] + g
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & + \nu \Delta t \left[\frac{u_{i+3/2,j,k} + u_{i-1/2,j,k} - 2u_{i+1/2,j,k}}{\Delta x^2} \right. \\ & + \frac{u_{i+1/2,j+1,k} + u_{i+1/2,j-1,k} - 2u_{i+1/2,j,k}}{\Delta y^2} \\ & \left. + \frac{u_{i+1/2,j,k+1} + u_{i+1/2,j,k-1} - 2u_{i+1/2,j,k}}{\Delta z^2} \right] } \right\} \dots\dots\dots 3.2.2$$

ここで、 u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の速度成分、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は格子間隔、 φ は圧力を密度で割ったものである。 Δt は時間間隔である。 UC, VC, WC は対流項で、境界では donor-

cell 法 (2 次上流差分)、その他の領域では Agarwal¹¹⁾ による 4 点 3 次上流差分を用いている。donor-cell 法では例えば UC の成分の一つは次のように表される。

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial uv}{\partial x} \right)_{i,j-1/2,k} \\
&= \left\{ \frac{u_{i+1/2,j-1,k} + u_{i+1/2,j,k}}{2} \frac{v_{i,j-1/2,k} - v_{i+1,j-1/2,k}}{2\Delta x} \right. \\
& \quad + \frac{|u_{i+1/2,j-1,k} + u_{i+1/2,j,k}|}{2} \frac{v_{i,j-1/2,k} - v_{i+1,j-1/2,k}}{2\Delta x} \left. \right\} \\
& \quad - \left\{ \frac{u_{i-1/2,j-1,k} + u_{i-1/2,j,k}}{2} \frac{v_{i-1,j-1/2,k} + v_{i,j-1/2,k}}{2\Delta x} \right. \\
& \quad \left. + \frac{|u_{i-1/2,j-1,k} + u_{i-1/2,j,k}|}{2} \frac{v_{i-1,j-1/2,k} - v_{i,j-1/2,k}}{2\Delta x} \right\}
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \left(\frac{\partial uv}{\partial x} \right)_{i,j-1/2,k} \\ &= \left\{ \frac{u_{i+1/2,j-1,k} + u_{i+1/2,j,k}}{2} \frac{v_{i,j-1/2,k} - v_{i+1,j-1/2,k}}{2\Delta x} \right. \\ & \quad + \frac{|u_{i+1/2,j-1,k} + u_{i+1/2,j,k}|}{2} \frac{v_{i,j-1/2,k} - v_{i+1,j-1/2,k}}{2\Delta x} \left. \right\} \\ & \quad - \left\{ \frac{u_{i-1/2,j-1,k} + u_{i-1/2,j,k}}{2} \frac{v_{i-1,j-1/2,k} + v_{i,j-1/2,k}}{2\Delta x} \right. \\ & \quad \left. + \frac{|u_{i-1/2,j-1,k} + u_{i-1/2,j,k}|}{2} \frac{v_{i-1,j-1/2,k} - v_{i,j-1/2,k}}{2\Delta x} \right\} } \right\} \dots\dots\dots 3.2.3$$

また、Agarwal による 3 次上流差分では、

$$\begin{aligned}
\left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i &= u_i (2u_{i+1} + 3u_i - 6u_{i-1} + u_{i-2}) / 6\Delta x, \\
&\text{if } u_i > 0.
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i \\ &= u_i (2u_{i+1} + 3u_i - 6u_{i-1} + u_{i-2}) / 6\Delta x, \\ &\text{if } u_i > 0. \end{aligned} } \right\} \dots\dots\dots 3.2.4$$

ただし、この式には、添え字 $j-1/2, k$ は省略してある。

とることにより、以下のような圧力に関する Poisson 方程式が得られる。

ナビエ・ストークスの方程式の divergence を

$$\begin{aligned}
\varphi_{i,j,k} &= \frac{1}{\frac{1}{\eta_1 \eta_2} + \frac{1}{\eta_3 \eta_4} + \frac{1}{\eta_5 \eta_6}} \\
&\times \left\{ \frac{1}{\eta_1 + \eta_2} \left(\frac{\varphi_{i+1,j,k}}{\eta_1} + \frac{\varphi_{i-1,j,k}}{\eta_2} \right) + \frac{1}{\eta_3 + \eta_4} \left(\frac{\varphi_{i,j+1,k}}{\eta_3} + \frac{\varphi_{i,j-1,k}}{\eta_4} \right) \right\}
\end{aligned}
\quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \varphi_{i,j,k} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\eta_1 \eta_2} + \frac{1}{\eta_3 \eta_4} + \frac{1}{\eta_5 \eta_6}} \\ &\times \left\{ \frac{1}{\eta_1 + \eta_2} \left(\frac{\varphi_{i+1,j,k}}{\eta_1} + \frac{\varphi_{i-1,j,k}}{\eta_2} \right) + \frac{1}{\eta_3 + \eta_4} \left(\frac{\varphi_{i,j+1,k}}{\eta_3} + \frac{\varphi_{i,j-1,k}}{\eta_4} \right) \right\} } \right\} \dots\dots\dots 3.2.5$$

$$+ \frac{1}{\eta_5 + \eta_6} \left(\frac{\varphi_{i,j,k+1}}{\eta_5} + \frac{\varphi_{i,j,k-1}}{\eta_6} \right) - \frac{1}{2} R_{i,j,k} \left. \vphantom{\frac{1}{\eta_5 + \eta_6}} \right\}$$

ここで

$$R_{i,j,k} = \frac{\xi_{i+1/2,j,k} - \xi_{i-1/2,j,k}}{\Delta t \cdot \Delta x} + \frac{\eta_{i,j+1/2,k} - \eta_{i,j-1/2,k}}{\Delta t \cdot \Delta y} + \frac{\zeta_{i,j,k+1/2} - \zeta_{i,j,k-1/2}}{\Delta t \cdot \Delta z}$$

..... 3.2.6

η_1 は隣接する6つの圧力点との距離であり、自由表面では自由表面上での圧力が必要なため異なるが、この領域を除くと他の領域では $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ に等しい。

また、自由表面の運動学的条件である式 3.1.6 を除く場合には Adams-Bashforth 法を用いている。即ち、

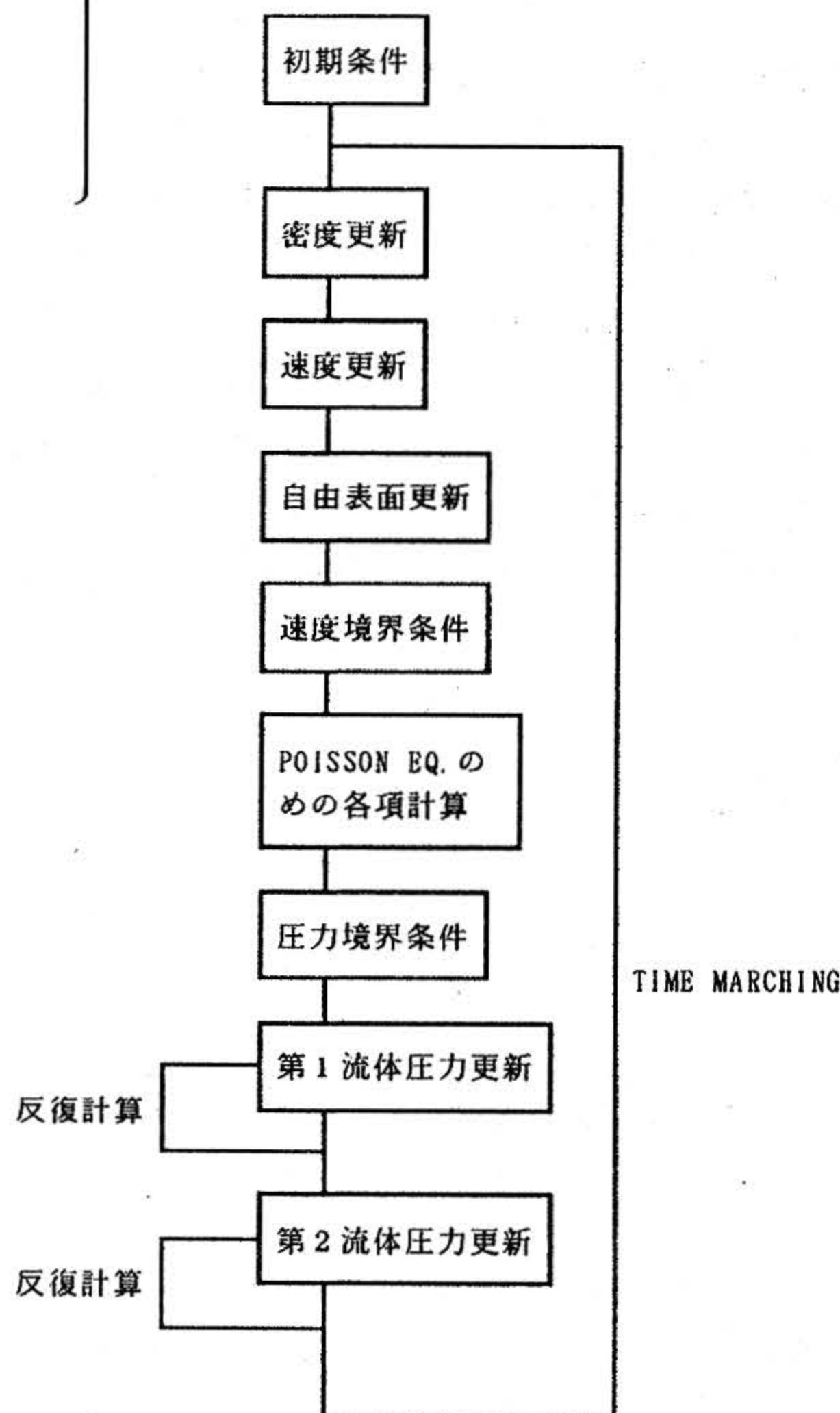
$$\rho_m^{n+1} = \rho_m^n + \left[\frac{3}{2} V^n - \frac{1}{2} V^{n-1} \right] \Delta t$$

..... 3.2.7

$$V = - \left(\frac{u_{i-1/2,j,k} + u_{i+1/2,j,k}}{2} \frac{\rho_{mi+1,j,k} - \rho_{mi-1,j,k}}{2\Delta x} + \frac{v_{i,j-1/2,k} + v_{i,j+1/2,k}}{2} \frac{\rho_{mi,j+1,k} - \rho_{mi,j-1,k}}{2\Delta y} + \frac{w_{i,j,k-1/2} + w_{i,j,k+1/2}}{2} \frac{\rho_{mi,j,k+1} - \rho_{mi,j,k-1}}{2\Delta z} \right)$$

表 3.1 フローチャート

Table 3.1 Flow Chart



全体のフローチャートを表 3.1 に示す。

①まず初期状態を設定する。

②密度に関する運動学的条件即ち式 3.1.6 から密度場を計算する。

③ナビエ・ストークスの方程式を差分展開したもの即ち式 3.2.1 によって速度場を更新する。

④密度場および速度場から新しい自由表面を決定する。

⑤速度に関する境界条件を考慮する。また、水に振動流を起こすための加速を行う。

⑥ナビエ・ストークスの方程式の各項(対流項、粘性項など)を計算し Poisson 方程式のための SOURCE TERM 即ち式 3.2.6 を計算する。

⑦圧力に関する境界条件を考慮する。

⑧第1流体、第2流体の圧力を更新する。この際、Richardson 法による反復計算を行う。

このサイクル繰り返し計算する。

3.3 境界条件

3.3.1 自由表面（第1流体と第2流体の境界）条件

(1) 自由表面の定義

第1流体（水）の密度を ρ_m^1 ，第2流体（砂層）の密度を ρ_m^2 とすると，最初はそれぞれの流体中ではこの密度は等しい。そして運動学的条件の式 3.1.6 によって密度場 ρ_m を計算する。即ち，

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + u \frac{\partial \rho_m}{\partial x} + v \frac{\partial \rho_m}{\partial y} + w \frac{\partial \rho_m}{\partial z} = 0. \quad \dots\dots\dots 3.3.1$$

そして，

$$\rho_m = (\rho_m^1 + \rho_m^2) / 2 \quad \dots\dots\dots 3.3.2$$

となる面を自由表面と定義し，これよりも ρ_m が小さい場合は，第1流体とし，大きい場合は第2流体とする。この場合には密度を自由表面を決定するためのマーカーとして使用するわけであるが，自由表面が決定された後は，第1流体，第2流体ともその密度は一定である。この方法は従来の TUMMAC 法に比べると精度的には劣るものの，MAC 法によるマーカーを3次元的に追跡し，自由表面を求める方法より数段簡単である。

(2) 圧力の境界条件

もう一つの自由表面条件である力学的条件，即ち式 3.1.5 は，Poisson 方程式を解く際に，“irregular star” 法とよばれる方法によって満足させている。即ち，まず図 3.1 に示すような場合，式 3.2.5 で必要な隣接する圧力点までの距離 η_1 は次のようにあらわされる。

$$\eta_1 = \frac{\rho_{mi,j,k} - (\rho_m^1 + \rho_m^2) / 2}{\rho_{mi,j,k} - \rho_{mi+1,j,k}} \Delta x. \quad \dots\dots\dots 3.3.3$$

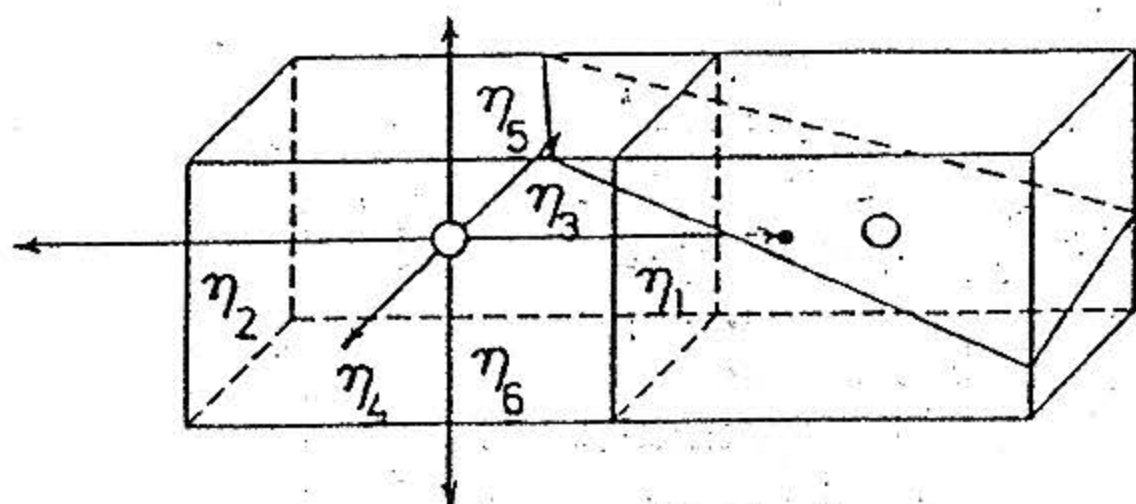


図 3.2 自由表面近くでの irregular star 法
Fig. 3.2 “Irregular Star” Method near the interface

また，自由表面への圧力の外挿法は，例えば図 3.3 で P_{ijk} が水中の圧力点で黒点が自由表面上の圧力点とすると，

$$\left. \begin{aligned} P_1, P_2, P_3, P_4 &= P_{i,j,k}, \\ P_5 &= P_{i,j,k} - \rho^1 g \eta_5, \\ P_6 &= P_{i,j,k} + \rho^1 g \eta_6. \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 3.3.4$$

とする。即ち，水平面方向（ x 方向， y 方向）には等値外挿，鉛直方向には水中の圧力に静圧分を考慮した値を用いている。

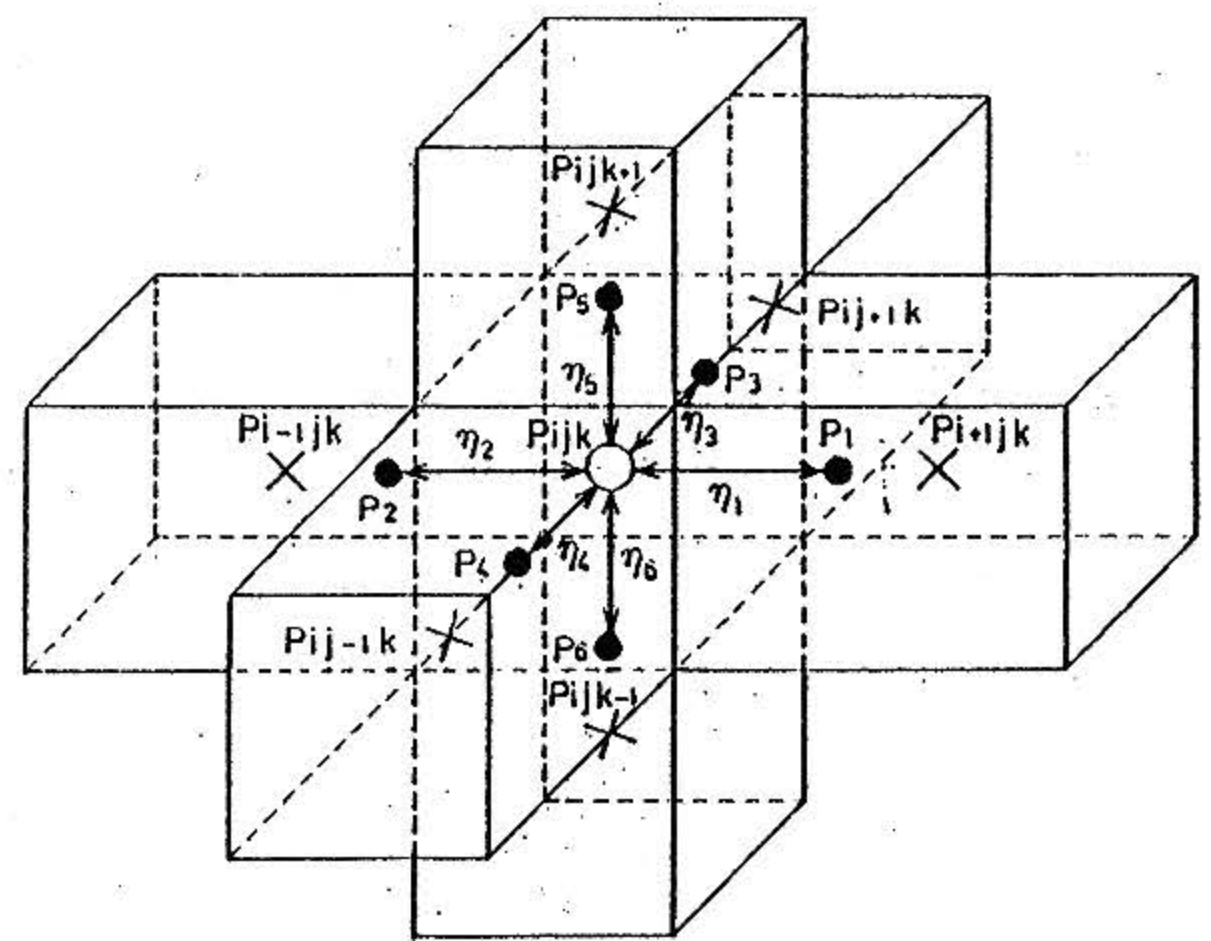


図 3.3 境界面での圧力の外挿法

Fig. 3.3 Definition sketch for pressure extrapolation at the interface

(3) 速度の境界条件

自由表面のあるセルでの速度は，砂層内から水中へと自由表面の角度を考慮して等値外挿する。自由表面の角度が 45° 以下であれば水平方向に， 45° 以上であれば鉛直方向に外挿する（図 3.4）。

3.3.2 流入・流出境界

(1) 振動流の生成法

振動流は正弦関数で与える。 n 時間ステップでの振動流の流速は，

$$u^n = u_0 \sin (2 \pi \cdot n \Delta t / T) \quad \dots\dots\dots 3.3.5$$

と表される。ここで， u_0 は振動流の流速振幅， n は時間ステップ， Δt は時間間隔， T は振動流の周期である。水中の全領域に $u^n - u^{n-1}$ を順次加えて行くという方法で振動流を生成させる。

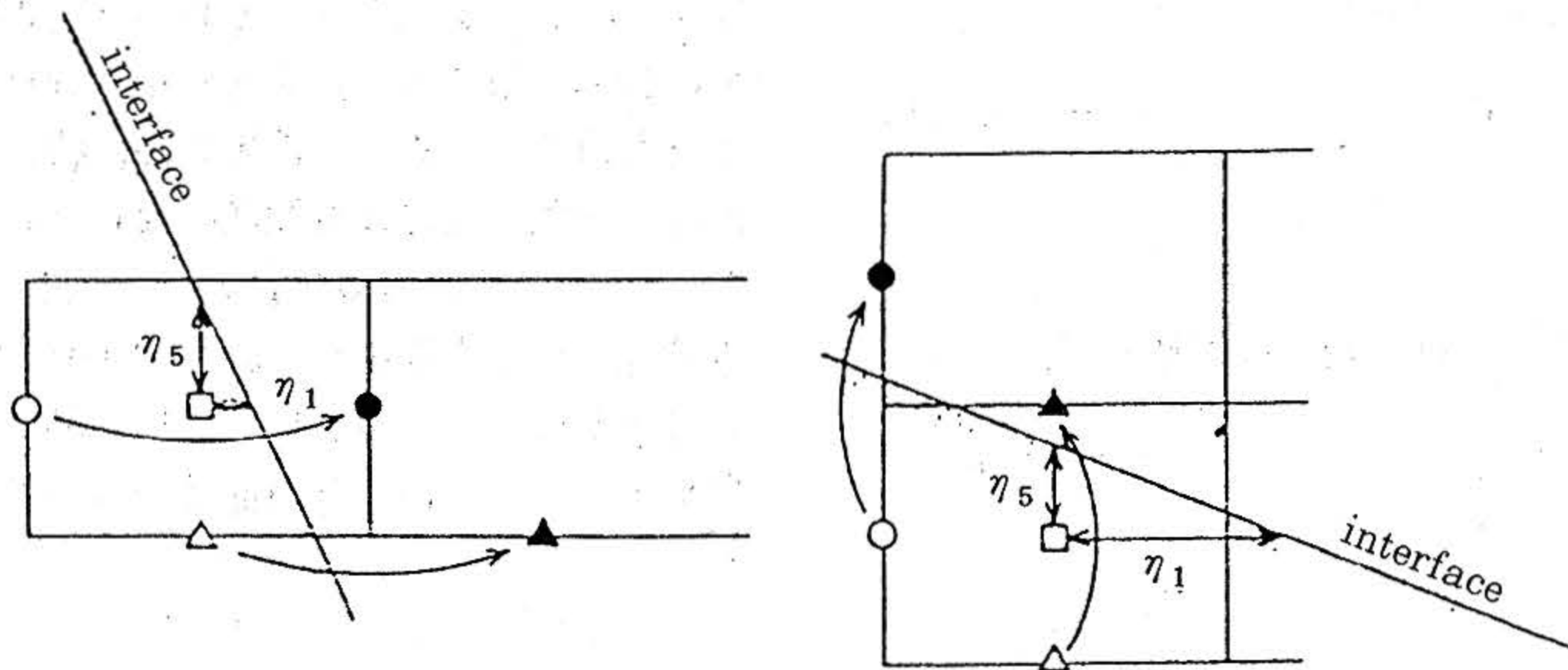


図 3.4 境界での速度の外挿

Fig. 3.4 Velocity extrapolation at the interface

(2) 圧力, 速度, 密度の境界条件

圧力, 速度, 密度に関しては無勾配の条件とし

$$P_{1,i,k} = P_{2,i,k}, \quad P_{NI-1,i,k} = P_{NI-2,i,k} \quad \dots\dots\dots 3.3.6$$

$$\left. \begin{aligned} u_{1,i,k} &= u_{2,i,k}, & u_{NI-1,i,k} &= u_{NI-2,i,k} \\ v_{1,i,k} &= v_{2,i,k}, & v_{NI-1,i,k} &= v_{NI-2,i,k} \\ w_{1,i,k} &= w_{2,i,k}, & w_{NI-1,i,k} &= w_{NI-2,i,k} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 3.3.7$$

$$R_{1,i,k} = R_{2,i,k}, \quad R_{NI-1,i,k} = R_{NI-2,i,k} \quad \dots\dots\dots 3.3.8$$

となる。

3.3.3 側面境界

側面においても流入・流出境界と同様に, 圧力, 速度, 密度とも無勾配の条件をかしている。即ち,

$$P_{i,1,k} = P_{i,2,k}, \quad P_{i,NJ-1,k} = P_{i,NJ-2,k} \quad \dots\dots\dots 3.3.9$$

$$\left. \begin{aligned} u_{i,1,k} &= u_{i,2,k}, & u_{i,NJ-1,k} &= u_{i,NJ-2,k} \\ v_{i,1,k} &= v_{i,2,k}, & v_{i,NJ-1,k} &= v_{i,NJ-2,k} \\ w_{i,1,k} &= w_{i,2,k}, & w_{i,NJ-1,k} &= w_{i,NJ-2,k} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 3.3.10$$

$$R_{i,1,k} = R_{i,2,k}, \quad R_{i,NJ-1,k} = R_{i,NJ-2,k} \quad \dots\dots\dots 3.3.11$$

3.3.4 上部及び下部境界

(1) 上部境界

上部境界においても, 速度, 密度は無勾配の条件としている。即ち, z 方向のセル数を $NK-1$ とすると, 側面境界と同様に,

$$\left. \begin{aligned} u_{i,i,NK-1} &= u_{i,i,NK-2} \\ v_{i,i,NK-1} &= v_{i,i,NK-2} \\ w_{i,i,NK-1} &= w_{i,i,NK-2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 3.3.12$$

$$R_{i,i,NK-1} = R_{i,i,NK-2} \quad \dots\dots\dots 3.3.13$$

圧力に関しては、ディリクレ条件とし、

$$P_{i,i,NK-1} = 0.0 \quad \dots\dots\dots 3.3.14$$

としている。

(2) 下部境界

下部境界においては、密度は等値外挿、即ち、

$$R_{i,j,1} = R_{i,j,2} \quad \dots\dots\dots 3.3.15$$

速度に関しては

$$\left. \begin{array}{l} u_{i,i,1} = u_{i,i,2} \\ v_{i,i,1} = v_{i,i,2} \\ w_{i,i,1} = -w_{i,i,2} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots 3.3.16$$

圧力に関しては、静水圧を考慮し、

$$P_{i,i,1} = P_{i,i,2} + \rho g \cdot Z \quad \dots\dots\dots 3.3.17$$

但し、 Z は砂層の厚さ
としている。

3.4 計算例

表 3.2 に示す様なパラメータで計算を行った例を図 3.5 ～図 3.17 に示す。但し、この図は縦（ z 方向）に約 2.5 倍拡大している。尚、砂の粘度に関して文献11) を参考にして、水の11倍とした。図 3.5 の様な初期海底地形を与え、図 3.6 が 0.25

秒後、図 3.7 が 0.5 秒後と 0.25 秒間隔で 1 周期分の計算結果である。流速 0 から計算を開始した 1 周期目でありまた、境界条件、特に砂層と水の間の境界条件などにも問題を残しているが、初期地形が一旦なだらかになった後、図 3.16 では高さ約 2.5cm、間隔約 20cm の砂漣が形成されている様子が伺え、本方法によって砂漣の形成・消滅がシミュレート出来る可能性を示唆している。

表 3.2 計 算 条 件

Table 3.2 Calculation Condition

格子点数	$NX \times NY \times NZ$	$75 \times 7 \times 41$
格子間隔	$DX \times DY \times DZ$	$0.01m \times 0.01m \times 0.005m$
時間間隔	Δt	0.001sec
振動流振幅	u_0	0.762m/s
振動流周期	T	3.0sec
砂の密度	ρ_s	$2.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
砂の粘度	μ_s	$1.11 \times 10^{-2} \text{ kg/m/s}$
水の密度	ρ_w	$1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
水の粘度	μ_w	$1.01 \times 10^{-3} \text{ kg/m/s}$

振動流の方向



水

砂

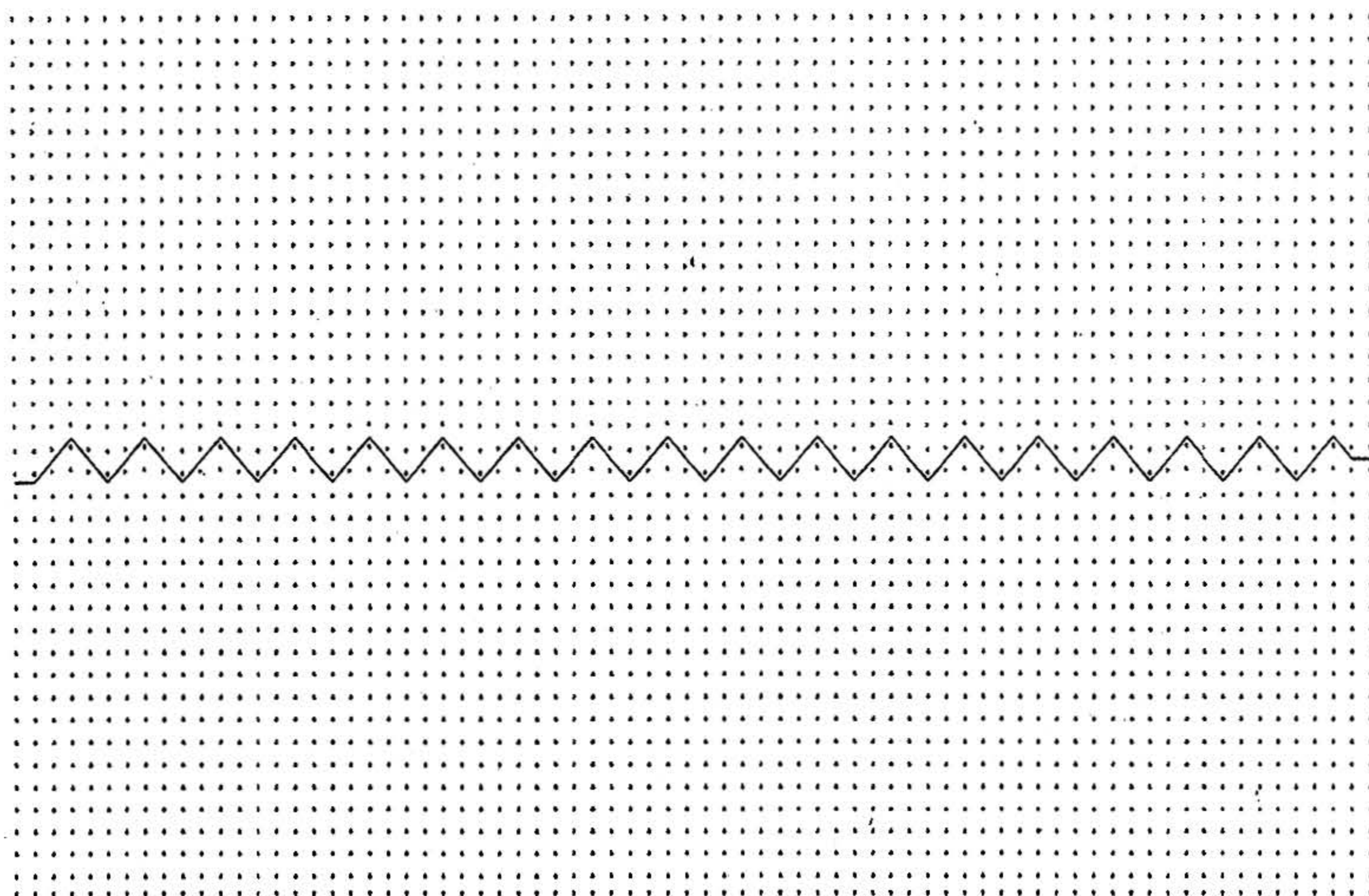


図 3.5 計算結果 初期地形 ($t = 0.001 / \text{sec}$)

Fig. 3.5 Simulation Result Initial Condition ($t = 0.001 \text{ sec}$)

振動流の方向



水

砂

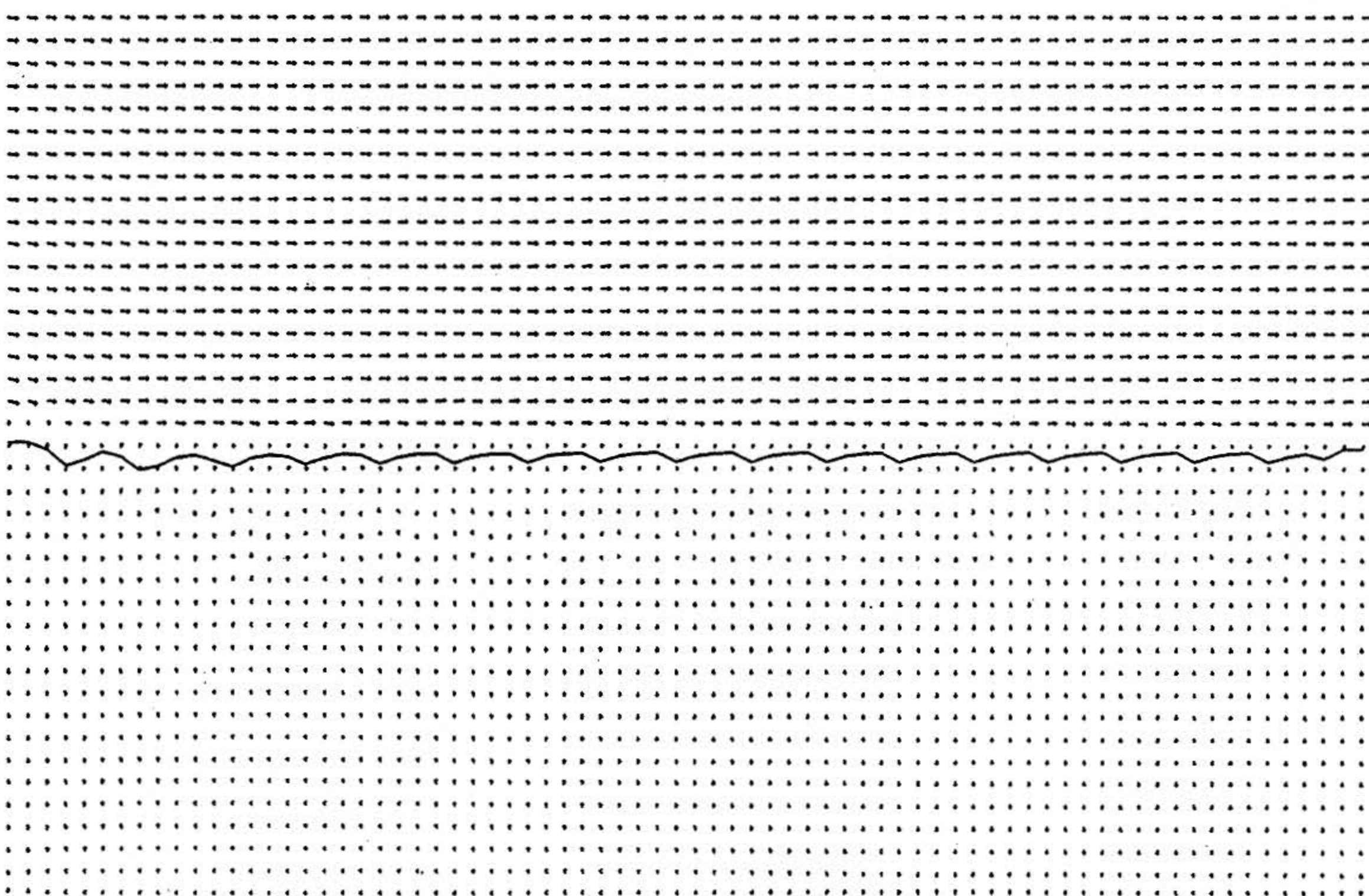


図 3.6 計算結果 $t = 0.25 \text{ sec}$

Fig. 3.6 Simulation Result $t = 0.25 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

図 3.7 計算結果 $t = 0.5 \text{ sec}$

Fig. 3.7 Simulation Result $t = 0.5 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

図 3.8 計算結果 $t = 0.75 \text{ sec}$

Fig. 3.8 Simulation Result $t = 0.75 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

図 3.9 計算結果 $t = 1.0 \text{ sec}$

Fig. 3.9 Simulation Result $t = 1.0 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

図 3.10 計算結果 $t = 1.25 \text{ sec}$

Fig. 3.10 Simulation Result $t = 1.25 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

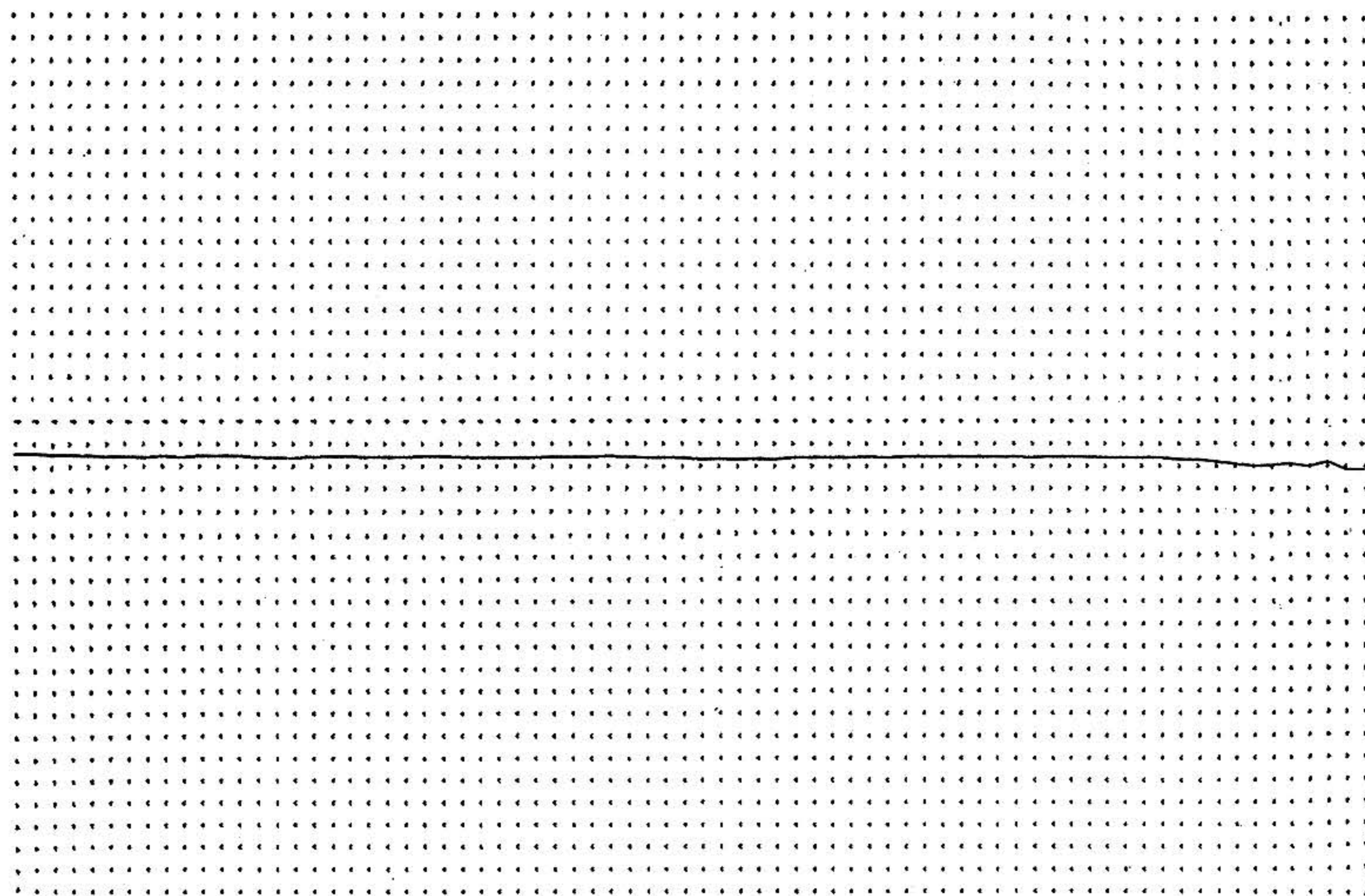


図 3. 11 計算結果 $t = 1.5 \text{ sec}$

Fig. 3. 11 Simulation Result $t = 1.5 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

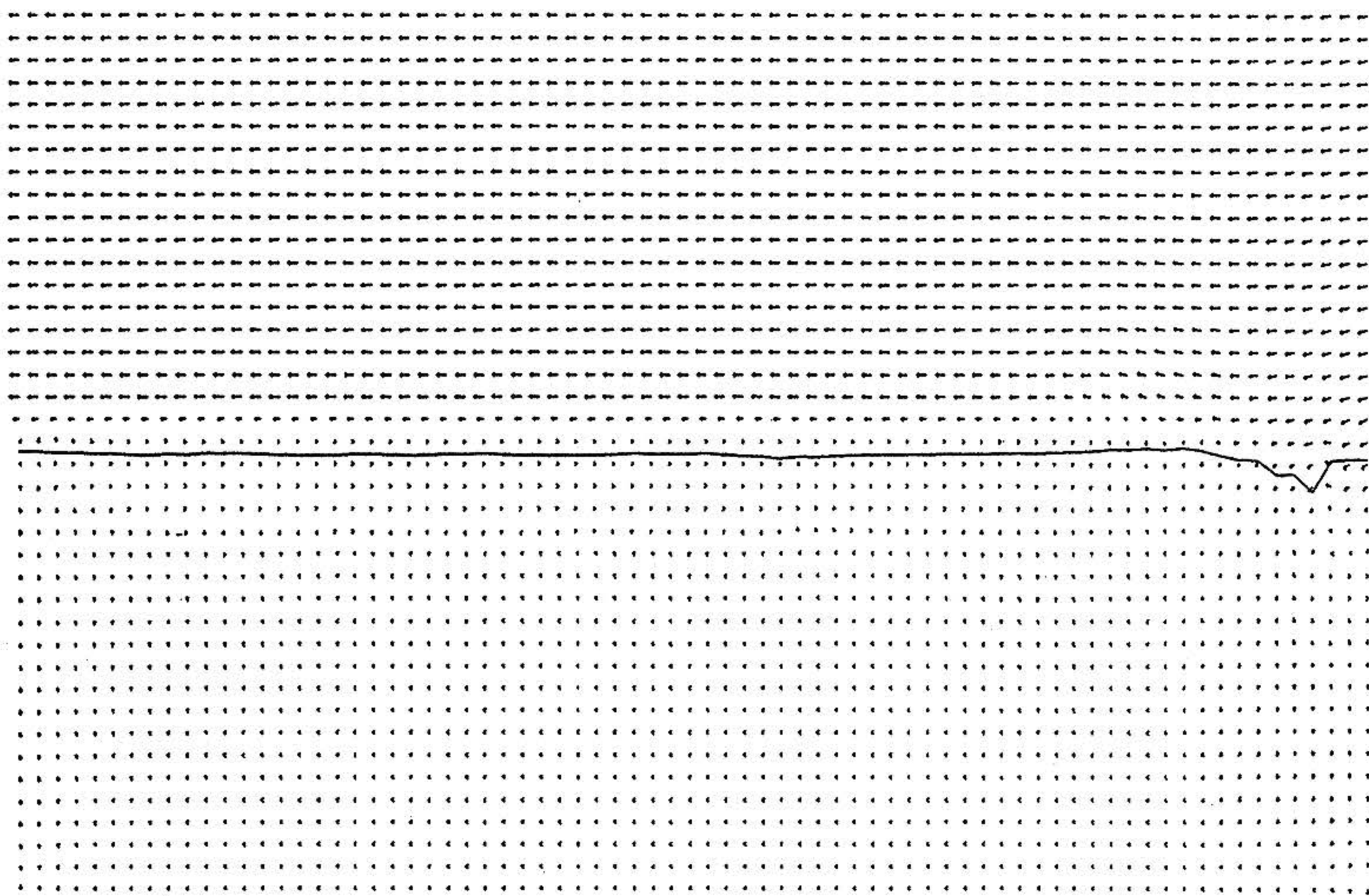


図 3. 12 計算結果 $t = 1.75 \text{ sec}$

Fig. 3. 12 Simulation Result $t = 1.75 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

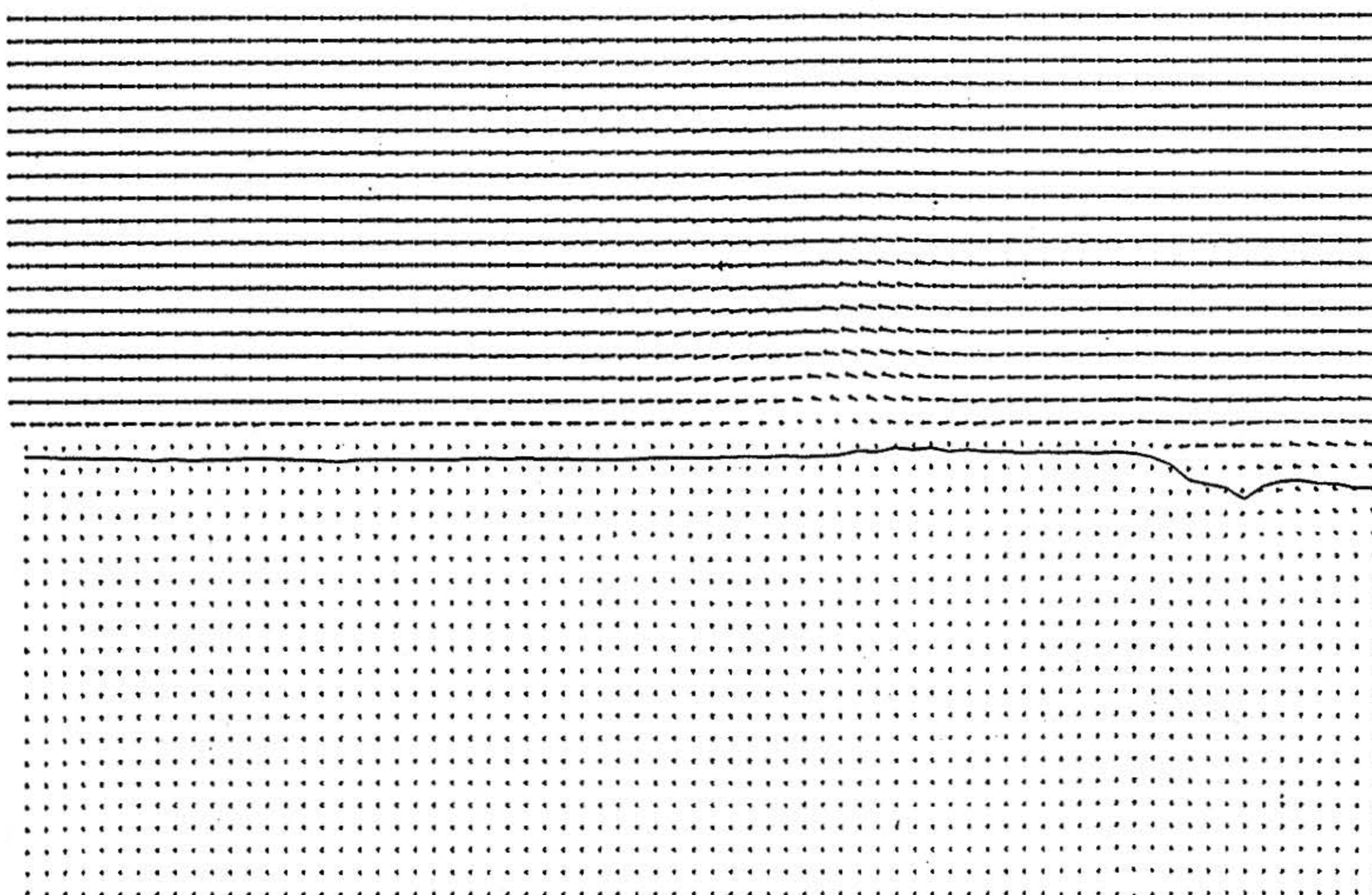


図 3.13 計算結果 $t = 2.00 \text{ sec}$

Fig. 3.13 Simulation Result $t = 2.00 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

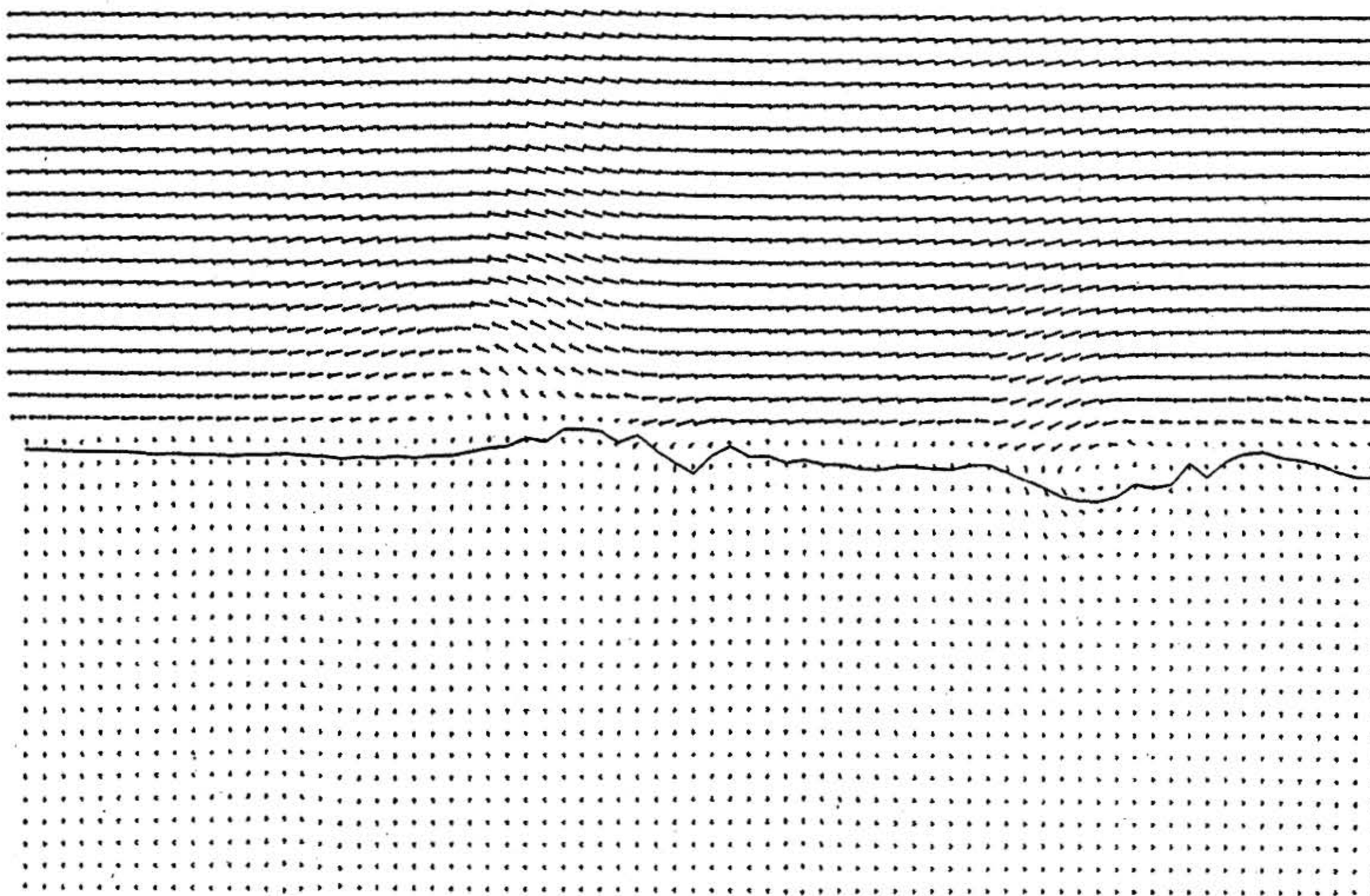


図 3.14 計算結果 $t = 2.25 \text{ sec}$

Fig. 3.14 Simulation Result $t = 2.25 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

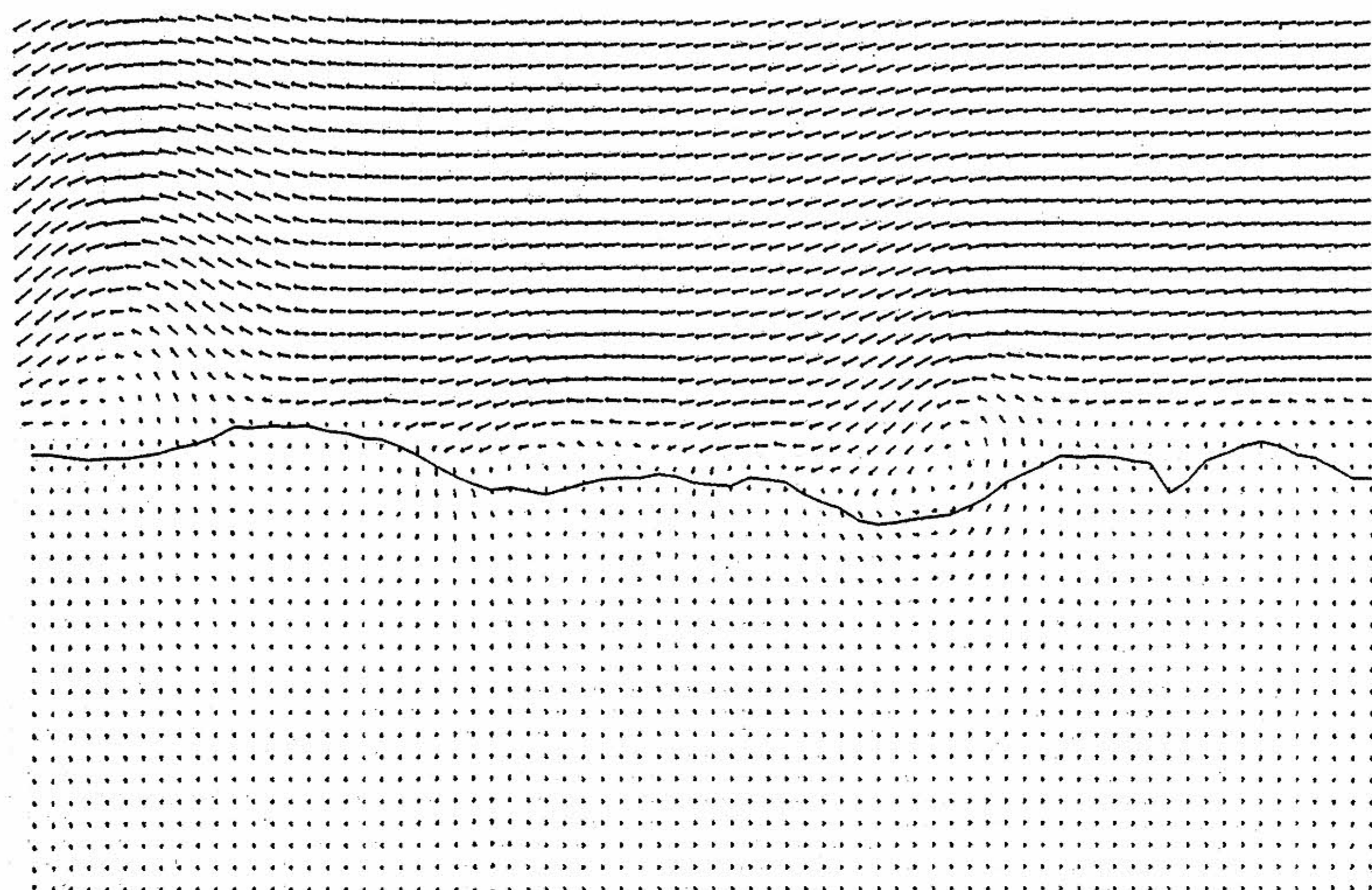


図 3. 15 計算結果 $t = 2.5 \text{ sec}$

Fig. 3. 15 Simulation Result $t = 2.5 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂

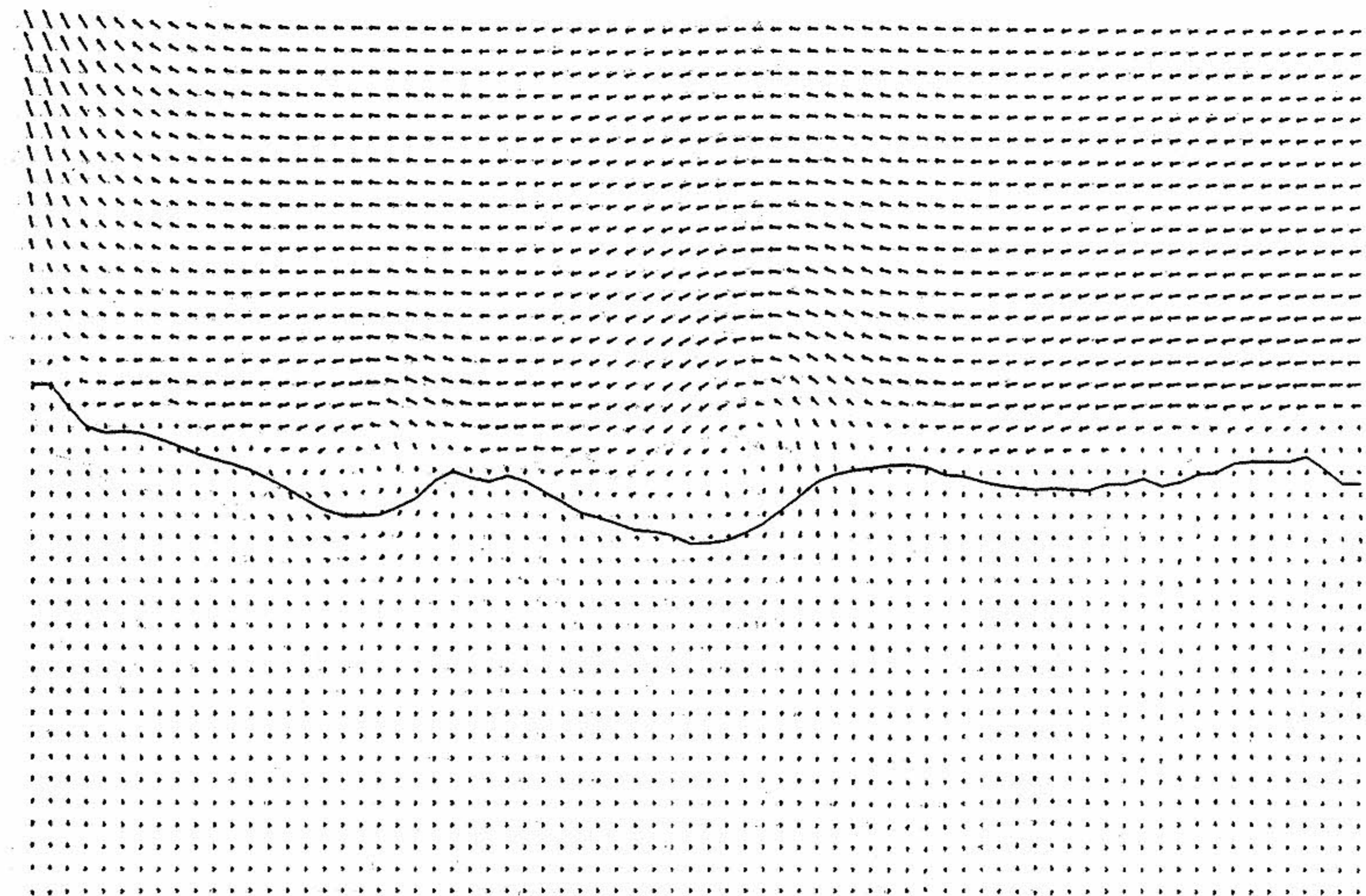


図 3. 16 計算結果 $t = 2.75 \text{ sec}$

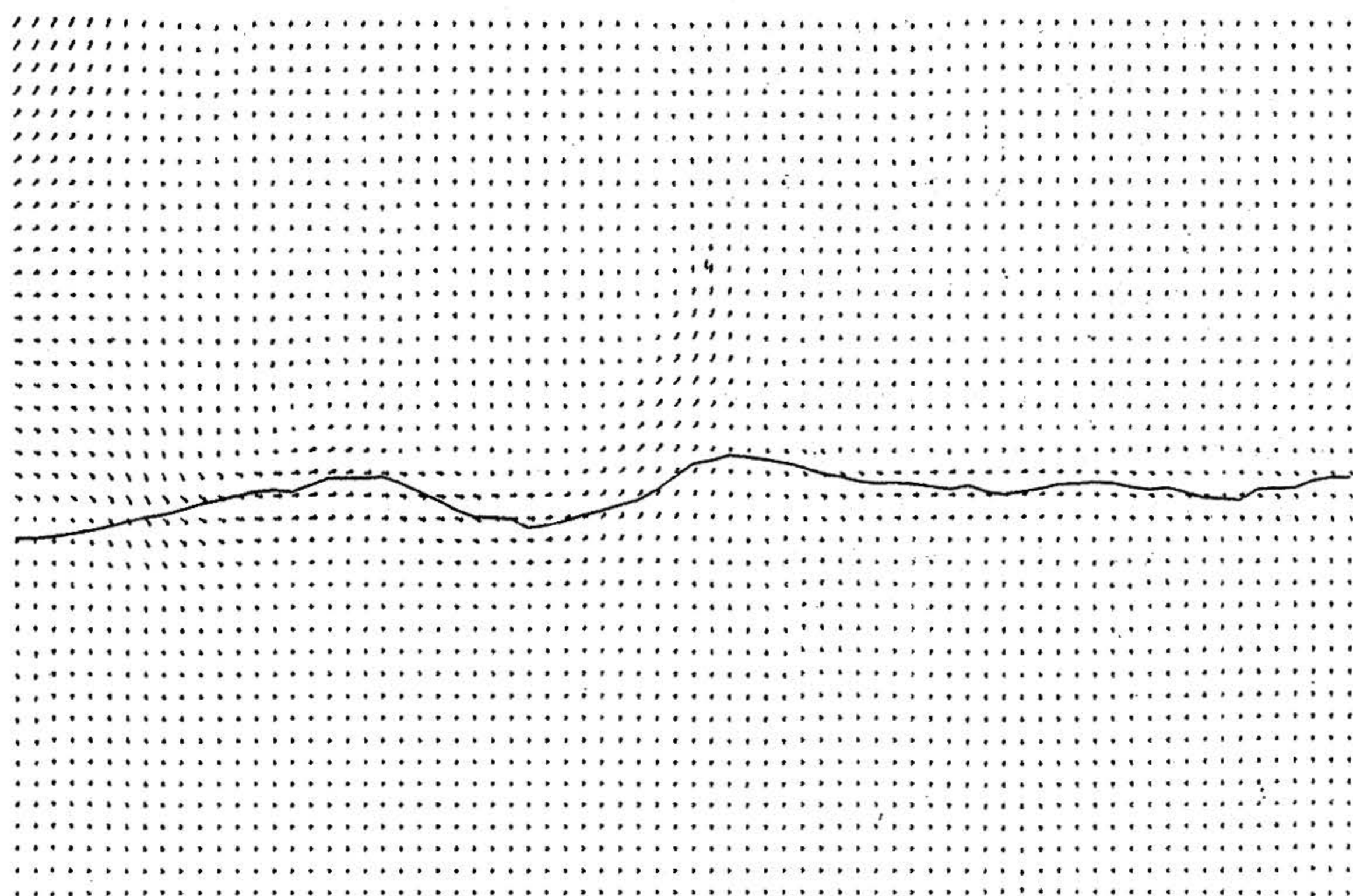
Fig. 3. 16 Simulation Result $t = 2.75 \text{ sec}$

振動流の方向



水

砂



4 まとめ

今回の計算結果は、途中結果である上、パラメータにも問題がある。これらを改善した上、今後の方針として、砂の特性をどのように砂層と水との間の境界にモデル化してとりこんでいくか、またメッシュ・サイズや差分法なども検討して数値シミュレーションを行っていく必要がある。

最後に、本シミュレーションを行うにあたって、多大な御指導をしていただいた東京大学工学部船舶海洋工学科宮田秀明助教授に感謝いたします。

参考文献

- 1) 河野健：流れと漂砂の数値シミュレーションに関する調査研究，海洋科学技術センター試験研究報告 第23号，pp 371～397，(1990)
- 2) 山下俊彦，沢本正樹，横山博美：非定常流による平坦床漂砂量と砂の移動機構に関する実験的研究，第31回海岸工学講演会論文文集，pp 281～285，(1984)
- 3) 八木宏，首藤伸夫：波・流れ共存場における

砂漣上の浮濃度分布，第34回海洋工学講演会論文文集，pp251～255，(1987)

- 4) 日本流体力学会編：流体力学ハンドブック，pp36，丸善，(1987)
- 5) 續辰之介，工藤君明：没水平板設置予定海域の特性—その1 地形・地質・海象特性について—，海洋科学技術センター試験研究報告，第22号，pp187～201，(1989)
- 6) H. Miyata, M. Katsumata, Y. Lee, H. Kajitani : A Finite-Difference Simulation Method for Strongly Interacting Two-Layer Flow, 日本造船学会論文集 第163号，pp1～16，(1988)
- 7) J. E. Welch, F. H. Hallow, J. P. Shannon and B. J. Daly : The MAC method, Los Alamos Scientific Lab. Report LA-3425, Los Alamos, New Mexico, (1966)
- 8) H. Miyata : Finite-Difference simulation of Breaking waves, J. Comput. Phys vol. 65 pp179～214，(1986)

- 9) H. Mityata, S. Nishimura and A. Masuko
: Finite-difference simulation of nonlinear
waves generated by ships of arbitrary three-
dimensional configuration. J. Comput. Phys.
vol.60 pp391~436, (1985)
- 10) H. Miyata and S. Nishimura : Finite-
difference simulation of nonlinear ship
waves, J. Fluid. Mech. vol.157 pp327~357,
(1985)
- 11) 榎木亨, 出口一郎, 松山章 : 掃流砂の移動層
厚と移動速度に関する一考察, 第31回海岸工学
講演会論文集, pp277~280, (1984)

(原稿受理 : 1990年6月18日)