

北太平洋に対する風成海洋大循環 モデルについて (第2報)

黒山 順二*¹

本報告では、「北太平洋に対する風成海洋大循環モデル」についての第2報として、主に数値シミュレーションにおける海岸地形の取り扱い方について述べる。今回の計算では、球座標を用いた上で、長方形海域・八角形海域・実際的な海域の3種類の場合を考えた。

まず海面での rigid-lid の仮定及び平坦な海底の仮定などのもとに、体積輸送量に関する線形渦度方程式を導出した。次に、それに対する差分方程式をSOR法によって解いている。エクспリシット・スキームとEuler-松野・スキームを組み合わせ、2度メッシュで時間刻み幅を6000秒として、4000ステップまで時間積分した。

本研究によって、海岸地形の海流等に及ぼす影響がかなり明確になったものと思われる。そこで今後は、北太平洋に対する風の海面応力にも実測値を使い、シミュレーション結果と観測値とのより定量的な比較を行う予定である。

キーワード：風成海洋大循環モデル，数値シミュレーション，差分法，体積輸送量，渦度方程式，海岸地形

On the Wind-driven Oceanic General Circulation Model for the North Pacific Ocean (Part 2)

Junji KUROYAMA*²

In this report, as part 2 of "the Wind-driven Oceanic General Circulation Model for the North Pacific Ocean", the treatment of the coastal topography is the main point. Using spherical coordinates, the present study deals with three kinds of cases, namely, the square ocean, the eight polygonal ocean and the actual ocean.

Firstly, on the assumptions of a "rigid-lid" on the sea surface and a "flat bottom" etc., the linear vorticity equation for the volume transport is derived. Secondly, the difference equation for this one is solved by the SOR method. The explicit scheme and the Euler-Matsuno scheme were used combinationally, and the integration with time was executed up to 4,000 steps, on condition that the mesh was 2 degrees square and the time step size was 6,000 seconds.

* 1 海洋開発研究部

* 2 Marine Research and Development Department

In the present study, it seems that the effects of the coastal topography on ocean currents etc. became clear. Thus after this, using also the actual surface wind-stress for the North Pacific Ocean, I am planning to compare more quantitatively the results of the simulation with observation data.

Key word : wind-driven oceanic general circulation model, numerical simulation, difference method, volume transport, vorticity equation, coastal topography

1. はじめに

本研究は、近年特に注目されている地球環境問題等の解明に有力な手段であると思われる“数値シミュレーション”の技術開発を目的として行われている。大型計算機の日覚ましい進歩によって、数値シミュレーションは複雑な問題の解明には今や不可欠の手段となった。特に、異常気象やエル・ニーニョ現象等の大気及び海洋の大規模現象の解明には、その複雑さ及び時間・空間スケールの大きさから考えて、実際の観測と数値シミュレーションとの組み合わせによる総合的研究が要求されると思われる。

本報告では、第1報¹⁾に引き続き、球座標を用いた北太平洋に対する風成海洋大循環モデルの構造について述べる。第1報では、数値モデルの本質的完成を目指して境界条件を出来る限り簡単化した。つまり海底は平坦で、風の海面応力は南北方向にCOS曲線型の定常分布とし、さらに東経140度及び西経120度の2本の経線と北緯60度の経線を海岸とみなして、それらと赤道によって囲まれる海域を考えた。その結果、北太平洋の主な海流を定性的に再現することができ、風成海洋大循環モデルの根本的構造がほぼ確立された。そこで、今回は海岸線のみをもっと複雑な実際的なものとし、数値シミュレーションにおける海岸地形の取り扱い方を考察すると共に、海岸地形の風成海洋大循環に対する影響を調べた。

まず、第1報の補足として、第2節で球座標系における基礎方程式と渦度方程式の導出について述べ、第3節でSOR法(連続過大緩和法)による解法について詳述する。次に、第4節で今回特に熟慮した海岸地形の取り扱い方について述べた後、第5節で数値シミュレーション結果及び考察

として主に長方形海域・八角形海域・実際的領域の3つの場合についての比較を行う。なお、第2節における体積輸送量に関する基礎方程式の導出に際しては、海面でよく用いられる“rigid-lid(固いふた)の仮定”が用いられており、“自由表面を考える方法”において海面で用いられる“運動学的境界条件”は使われていない事に注意されたい。さらに、海底では海岸と同じ“滑り無し条件”が用いられており、“滑る海底の仮定”のもとで用いられる“運動学的境界条件”はここでも使われていない。

2 球座標系における基礎方程式と渦度方程式の導出

2.1 座標系の設定と基礎方程式

第1報¹⁾と同じく、地形のジオイドを半径 $R=6371\text{km}$ の球で近似し、地球の自転に合わせて回転する球座標系 (λ, φ, z) を用いる。ただし、 λ は経度、 φ は緯度、 z はジオイドからの上向き鉛直高さである。地球の自転角速度を $\omega=7.292 \times 10^{-5}\text{rad/s}$ とし、平均重力加速度を $g=979.8\text{cm/s}^2$ とする。

風成海洋大循環を扱う場合には、密度 ρ が塩分、水温及び圧力によって変化しないとみなすために、取り扱いが簡単となる。速度 u, v, w 及び圧力 p という4つの未知量に対して、基礎方程式として連続の方程式と運動方程式のみを考えればよい。

未知量である瞬間量 u, v, w, p を時間平均量 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$ と時間変動量 u', v', w', p' とに分割(Reynolds分割)した上で、それらを連続の方程式と3方向の各運動方程式に代入した後、時間平均操作を行う。ただし、時間平均は今着目している時間スケールにわたる積分平均の形で定義される。上の各方程式の時間平均操作の際、

運動方程式の非線形性のために、速度の時間変動量の2乗積の時間平均量に $(-\rho)$ を掛けた形である見かけの応力すなわち“Reynolds応力”が生じるが、これに対しては乱流理論における簡単なBoussinesqの“渦粘性係数モデル”を用いる^{2)~6)}。

以上の結果として、地球の自転に合わせて回転する球座標系における基礎方程式は、次のようになる。ただし、 $z \ll R$ という近似を用いている^{7)~9)}。

① 連続の方程式

$$\frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{v} \cos \varphi) \right\} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

② 運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{dt} = & -\frac{1}{\rho R \cos \varphi} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \lambda} + 2\omega \bar{v} \sin \varphi \\ & - 2\omega \bar{w} \cos \varphi + \frac{1}{R} \bar{u} \bar{v} \tan \varphi - \frac{1}{R} \bar{u} \bar{w} \\ & + \frac{A}{R^2} \left(\Delta_h \bar{u} - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \bar{u} - \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda} \right) \\ & + \kappa \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}}{dt} = & -\frac{1}{\rho R} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} - 2\omega \bar{u} \sin \varphi \\ & - \frac{1}{R} \bar{u}^2 \tan \varphi - \frac{1}{R} \bar{v} \bar{w} \\ & + \frac{A}{R^2} \left(\Delta_h \bar{v} - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \bar{v} + \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} \right) + \kappa \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{w}}{dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + 2\omega \bar{u} \cos \varphi \\ & + \frac{1}{R^2} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2) - g \\ & + \frac{A}{R^2} \left\{ \Delta_h \bar{w} - 2\bar{w} - \frac{2}{\cos \varphi} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} - \frac{2}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right. \end{aligned}$$

$$\left. (\bar{v} \cos \varphi) \right\} + \kappa \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

ただし、

A : 水平渦動粘性係数

κ : 鉛直渦動粘性係数

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \equiv & \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{R \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{\bar{v}}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ & + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2.5) \end{aligned}$$

: 時間平均に関する Lagrange 微分

$$\begin{aligned} \Delta_h \equiv & \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ = & \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \tan \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad \dots\dots\dots (2.6) \end{aligned}$$

: 無次元の水平 Laplacian

以上の基礎方程式に対して、風成海洋大循環に関する近似を行う。まず、平均速度が小さいとして、それらの2乗積の項を無視して線形化する。さらに、 \bar{w} が非常に小さいとして近似を行い、特に z 方向運動方程式に対しては静水圧近似とする。このとき、(2.1)~(2.4)式は次のようになる。

$$\frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{v} \cos \varphi) \right\} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = & -\frac{1}{\rho R \cos \varphi} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \lambda} + f \bar{v} \\ & + \frac{A}{R^2} \left(\Delta_h \bar{u} - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \bar{u} - \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \lambda} \right) + \kappa \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2.8) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho R} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} - f\bar{u} + \frac{A}{R^2} \left(\Delta_h \bar{v} - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \bar{v} + \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \lambda} \right) + \kappa \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

ただし,

$$f \equiv 2 \omega \sin \varphi \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

: Coriolis のパラメータ (因子)

2.2 体積輸送量に関する渦度方程式の導出

まず, 時間平均速度の鉛直積分量である“体積輸送量”を導入し, それらに関する基礎方程式を導出するが, その際簡単化のために通常よく用いられる“rigid-lid (固いふた) の仮定”を使う。この仮定は, 海面 ($z=0$) で $\bar{w}=0$ (ただし, $\bar{u} \neq 0, \bar{v} \neq 0$) とおくことによって, 海面の慣性重力波を除去して海洋大循環の計算を簡単化するものである¹⁰⁾。

(2.7) ~ (2.10) 式を海底の $z=D(\lambda, \varphi)$ から海面の $z=0$ まで z に関して偏積分した後, Leibniz の公式を用いて微分と積分の順序を入れ替える。その結果, それぞれ以下のような方程式系が得られる。ただし, 密度に関する“Boussinesq 近似”を使う。

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{\partial D}{\partial \lambda} [\bar{u}]_{z=D} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (V \cos \varphi) + \frac{\partial D}{\partial \varphi} [\bar{v}]_{z=D} \cos \varphi + R \cos \varphi \left\{ [\bar{w}]_{z=0} - [\bar{w}]_{z=D} \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial P}{\partial \lambda} + \frac{\partial D}{\partial \lambda} \left[\frac{\bar{p}}{\rho} \right]_{z=D} \right\} + fV + \frac{A}{R^2} \left\{ \Delta_h U + \Delta_h D \cdot [\bar{u}]_{z=D} - \frac{1}{\cos^2 \varphi} U - \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial V}{\partial \lambda} + \frac{\partial D}{\partial \lambda} [\bar{v}]_{z=D} \right) \right\} + \kappa \left\{ \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right]_{z=0} - \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right]_{z=D} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{\partial D}{\partial \varphi} \left[\frac{\bar{p}}{\rho} \right]_{z=D} \right\} - fU + \frac{A}{R^2} \left\{ \Delta_h V + \Delta_h D \cdot [\bar{v}]_{z=D} - \frac{1}{\cos^2 \varphi} V + \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \left(\frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{\partial D}{\partial \lambda} [\bar{u}]_{z=D} \right) \right\} + \kappa \left\{ \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right]_{z=0} - \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right]_{z=D} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

$$[\bar{p}]_{z=D} - [\bar{p}]_{z=0} = g \int_D^0 \rho \partial z \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

ただし,

$$U \equiv \int_D^0 \bar{u} \partial z \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

: 体積輸送量

$$V \equiv \int_D^0 \bar{v} \partial z \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

$$P \equiv \int_D^0 \frac{\bar{p}}{\rho} \partial z \quad \text{: 圧力積分量} \quad \dots\dots\dots (2.18)$$

さらに, rigid-lid の仮定による海面での“滑る固いふたの条件”;

$$[\bar{w}]_{z=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.19)$$

及び海底での“滑りなし条件”;

$$[\bar{u}]_{z=D} = [\bar{v}]_{z=D} = [\bar{w}]_{z=D} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.20)$$

を用いれば, (2.12) ~ (2.14) 式は次のようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (V \cos \varphi) = 0 \quad \dots\dots\dots (2.21)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial P}{\partial \lambda} + \frac{\partial D}{\partial \lambda} \left[\frac{\bar{p}}{\rho} \right]_{z=D} \right\} + fV$$

$$+ \frac{A}{R^2} \left(A_h U - \frac{1}{\cos^2 \varphi} U - \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right) + \left[\frac{\tau_\lambda}{\rho} \right]_{z=0} - \left[\frac{\tau_\lambda}{\rho} \right]_{z=D} \quad \dots\dots (2.22)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{\partial D}{\partial \varphi} \left[\frac{\bar{p}}{\rho} \right]_{z=D} \right\} - fU$$

$$+ \frac{A}{R^2} \left(A_h V - \frac{1}{\cos^2 \varphi} V + \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right) + \left[\frac{\tau_\varphi}{\rho} \right]_{z=0} - \left[\frac{\tau_\varphi}{\rho} \right]_{z=D} \quad \dots\dots (2.23)$$

ただし,

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\tau_\lambda}{\rho} \right]_{z=0} = \kappa \left[\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right]_{z=0} \quad \dots\dots (2.24) \\ \left[\frac{\tau_\varphi}{\rho} \right]_{z=0} = \kappa \left[\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right]_{z=0} \quad \dots\dots (2.25) \end{array} \right.$$

: 海面における λ 方向及び φ 方向の渦粘性摩擦応力

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\tau_\lambda}{\rho} \right]_{z=D} = \kappa \left[\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right]_{z=D} \quad \dots\dots (2.26) \\ \left[\frac{\tau_\varphi}{\rho} \right]_{z=D} = \kappa \left[\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right]_{z=D} \quad \dots\dots (2.27) \end{array} \right.$$

: 海底における λ 方向及び φ 方向の渦粘性摩擦応力

もし, 簡単化のために平坦な海底の仮定;

$$\frac{\partial D}{\partial \lambda} = \frac{\partial D}{\partial \varphi} = 0 \quad \dots\dots (2.28)$$

及び海面応力に比べて海底応力が十分に小さいという仮定;

$$\left[\frac{\tau_\lambda}{\rho} \right]_{z=D} \ll \left[\frac{\tau_\lambda}{\rho} \right]_{z=0} \quad \dots\dots (2.29)$$

$$\left[\frac{\tau_\varphi}{\rho} \right]_{z=D} \ll \left[\frac{\tau_\varphi}{\rho} \right]_{z=0} \quad \dots\dots (2.30)$$

を用いるならば, (2.21) ~ (2.23) 式から次の方程式系が得られる。

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (V \cos \varphi) = 0 \quad \dots\dots (2.31)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial P}{\partial \lambda} + fV$$

$$+ \frac{A}{R^2} \left(A_h U - \frac{1}{\cos^2 \varphi} U - \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right)$$

$$+ \left[\frac{\tau_\lambda}{\rho} \right]_{z=0} \quad \dots\dots (2.32)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} - fU$$

$$+ \frac{A}{R^2} \left(A_h V - \frac{1}{\cos^2 \varphi} V + \frac{2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right)$$

$$+ \left[\frac{\tau_\varphi}{\rho} \right]_{z=0} \quad \dots\dots (2.33)$$

さて, 方程式系 (2.31) ~ (2.33) は, 未知量 U, V, P に対して方程式が3個で“閉じた系”となっており, 適当な初期条件と境界条件が与えられれば解ける形になっている。しかしながら, 解くのもっと便利のように, 体積輸送量に関する流線関数 Φ 及び渦度 ζ を導入し, 上記の方程式系から“体積輸送量に関する渦度方程式”を導出する。

まず, (2.33) 式を λ で微分し, 一方 (2.32) 式に $\cos \varphi$ を掛けたものを φ で微分し, 両者を差し引くことによって圧力項を消去すると, 次の体積輸送量に関する渦度方程式が得られる。その

際、(2.31) 式も使用している。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{2\omega}{R} V \cos \varphi + A \nabla_h^2 \zeta + F / [\rho]_{z=0} \quad \dots\dots\dots (2.34)$$

ただし、

$$\zeta \equiv \text{Curl}_z U = \frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial V}{\partial \lambda} - \frac{\partial}{\partial \varphi} (U \cos \varphi) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.35)$$

：体積輸送量に関する渦度（z 方向成分）

$$F \equiv \text{Curl}_z [\tau]_{z=0} = \frac{1}{R \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} [\tau_\varphi]_{z=0} - \frac{\partial}{\partial \varphi} ([\tau_\lambda]_{z=0} \cos \varphi) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.36)$$

：海面における風の応力ベクトルの回転（z 方向成分）

$$U \equiv (U, V) \quad \dots\dots\dots (2.37)$$

：体積輸送量ベクトル（水平 2 次元）

$$[\tau]_{z=0} \equiv ([\tau_\lambda]_{z=0}, [\tau_\varphi]_{z=0}) \quad \dots\dots\dots (2.38)$$

—：海面における風の応力ベクトル（水平 2 次元）

$$\nabla_h^2 \equiv \frac{1}{R^2} \left\{ \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \right\} \dots\dots (2.39)$$

：有次元の水平 Laplacian

さらに、次式によって定義される体積輸送量に関する流線関数 $\Phi(\lambda, \varphi, t)$ を導入する。

$$U = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \quad \dots\dots\dots (2.40)$$

$$V = \frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \quad \dots\dots\dots (2.41)$$

このとき、(2.40) 及び (2.41) 式によって (2.31) 式は自動的に満足され、つまり Φ の導入によって体積輸送量に関する連続の方程式が不要となり、問題が簡単化される。したがって、(2.40) 及び (2.41) 式を (2.34) 及び (2.35) 式に代入することによって、解くべき“体積輸送量に関する渦度方程式”と“ ζ と Φ の関係式”が次の通り得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{2\omega}{R^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + A \nabla_h^2 \zeta + F / [\rho]_{z=0} \\ \dots\dots\dots (2.42) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \zeta = \nabla_h^2 \Phi \\ \dots\dots\dots (2.43) \end{cases}$$

3 SOR 法（連続過大緩和法）による差分方程式の解法

3.1 渦度方程式の差分化

前節で導出された体積輸送量に関する渦度方程式は微分形であるが、この微分方程式を境界条件及び初期条件のもとで数値的に解く方法として、本研究では“差分法”を用いている。渦度方程式 (2.42) の両辺に刻みの体積要素の 2 倍である $(2 \Delta t X_j Y)$ を掛けた後に差分化するが、その差分化の仕方については第 1 報¹⁾ で詳述したので本報告では割愛する。ただし、第 1 報では完全インプリシット・スキームの場合を主に述べたが、今回はエクスプリシット・スキームと Euler-松野・スキームを組み合わせ用いている。差分化された渦度方程式は、差分スキームの種類にかかわらず次の形に書かれる。

$$\begin{aligned} a_j \Phi_{i-1,j}^{n+1} + b_j \Phi_{i+1,j}^{n+1} + c_j \Phi_{i,j-1}^{n+1} \\ + d_j \Phi_{i,j+1}^{n+1} - e_j \Phi_{i,j}^{n+1} = \psi_{i,j} \\ \dots\dots\dots (3.1) \end{aligned}$$

ただし、添字等の表記法は第 1 報と全く同じであり、 λ 方向及び φ 方向の空間刻み点を i 及び j で表し、時間刻み点を n で表す。 $\Delta \lambda$ 、 $\Delta \varphi$ 及び Δt はそれぞれ λ 方向、 φ 方向及び t 方向の刻み幅で

ある。つまり、整数 i, j, n に対して

$$\lambda = i \Delta \lambda, \quad \varphi = j \Delta \varphi, \quad t = n \Delta t \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

という形式の関係がある。なお、(3.1) 式中の係数 a_j, b_j, c_j, d_j, e_j 及び強制項 $\psi_{i,j}$ は、各差分スキームの場合に対して、(付録1) に示す通り定義される。

ところで、(3.1) 式は未知量 Φ^{n+1} に関する Poisson 型微分方程式に対する 5 点差分方程式の形になっており、本研究ではこの差分方程式を解くために“SOR 法”を用いている。これは、逐次近似によって差分方程式の解を求める方法である“緩和法”に対して、解の収束を加速するための工夫が施されたものである。

3.2 SOR 法の原理

まず、差分方程式 (3.1) における未知量 Φ^{n+1} の近似値を Φ^* と表し、その近似段階での格子点 (i, j) における (3.1) 式の残差(剰余) $E_{i,j}$ を次式によって定義する。

$$E_{i,j} \equiv a_j \Phi_{i-1,j}^* + b_j \Phi_{i+1,j}^* + c_j \Phi_{i,j-1}^* + d_j \Phi_{i,j+1}^* - e_j \Phi_{i,j}^* - \psi_{i,j} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

このとき残差 $E_{i,j}$ は 5 つの格子点における Φ^* の値に依存しているが、緩和法の基本は、この残差が零となるように中央の格子点における値 $\Phi_{i,j}^*$ のみを修正することである。ところが、ある格子点 (i, j) で $\Phi_{i,j}^*$ の値を修正すれば、(3.3) 式から分るように周囲の 4 つの格子点 $(i-1, j)$, $(i+1, j)$, $(i, j-1)$, $(i, j+1)$ における各残差 $E_{i-1,j}$, $E_{i+1,j}$, $E_{i,j-1}$, $E_{i,j+1}$ の値も、 $\Phi_{i,j}^*$ の修正の影響を受けて変化する。したがって、すべての格子点において、残差があらかじめ設定された零判定値 $\epsilon (> 0)$ よりも小さくなるまで、逐次近似を繰り返さなければならない。そうして、すべての格子点 (i, j) に対して

$$|E_{i,j}| < \epsilon \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

が成り立ったとき、差分方程式 (3.1) が解かれたとみなし、そのときの近似値 $\Phi_{i,j}^*$ を (3.1) 式の解 $\Phi_{i,j}^{n+1}$ の値とするわけである。

次に、格子点 (i, j) における $\Phi_{i,j}^*$ の値の修正方法と、その影響による周囲の残差の修正方法について述べる。ただし、以下において、 \Leftrightarrow 印は右辺を左辺のように修正することを意味する。

① 格子点 (i, j) における修正

流線関数の新しい近似値 $\Phi_{i,j}^*$ は、(3.3) 式で $E_{i,j} = 0$ とおくことによって、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Phi_{i,j}^* &\Leftrightarrow (a_j \Phi_{i-1,j}^* + b_j \Phi_{i+1,j}^* + c_j \Phi_{i,j-1}^* + d_j \Phi_{i,j+1}^* - \psi_{i,j}) / e_j \\ &= (E_{i,j} + e_j \Phi_{i,j}^*) / e_j \\ &= \Phi_{i,j}^* + E_{i,j} / e_j \quad \dots\dots\dots (3.5) \end{aligned}$$

さらに、解の収束を加速するために加速因子 (SOR と名付ける) を付ければ、結局 (3.5) 式は次式のように修正される。ただし、SOR の最適値は問題によって異なり、 $1 \leq \text{SOR} < 2$ の範囲で問題に応じて最適加速因子を選ばなければならない。(今回の計算では、検討の結果、最適値として $\text{SOR} = 1.835$ を選んだ。)

$$\Phi_{i,j}^* \Leftrightarrow \Phi_{i,j}^* + \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j \quad \dots (3.6)$$

このとき、 (i, j) 点における残差は、(3.6) 式を (3.3) 式に代入することによって、次のように修正される。

$$\begin{aligned} E_{i,j} &\Leftrightarrow a_j \Phi_{i-1,j}^* + b_j \Phi_{i+1,j}^* + c_j \Phi_{i,j-1}^* + d_j \Phi_{i,j+1}^* \\ &\quad - e_j (\Phi_{i,j}^* + \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j) - \psi_{i,j} \quad \dots\dots\dots (3.7) \end{aligned}$$

$$\therefore E_{i,j} \Leftrightarrow -(\text{SOR} - 1) E_{i,j} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

② 格子点 $(i-1, j)$ における修正

(3.3) 式より、 $(i-1, j)$ 点における残差は次式で与えられる。

$$E_{i-1,j} = a_j \Phi_{i-2,j}^* + b_j \Phi_{i,j}^* + c_j \Phi_{i-1,j-1}^* + d_j \Phi_{i-1,j+1}^* - e_j \Phi_{i-1,j}^* - \psi_{i-1,j} \dots\dots\dots (3.9)$$

よって、(3.6) 式を (3.9) 式に代入すれば、残差は次のように修正される。

$$E_{i-1,j} \Leftrightarrow a_j \Phi_{i-2,j}^* + b_j (\Phi_{i,j}^* + \text{SOR} \cdot E_{i,j}/e_j) + c_j \Phi_{i-1,j-1}^* + d_j \Phi_{i-1,j+1}^* - e_j \Phi_{i-1,j}^* - \psi_{i-1,j} \dots\dots (3.10)$$

$$\therefore E_{i-1,j} \Leftrightarrow E_{i-1,j} + b_j \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j}/e_j \dots\dots (3.11)$$

ただし、(3.11) 式右辺に含まれる $E_{i,j}$ は、(3.8) 式による修正後の値ではなくて修正前の値であることを注意を要する。

③ 格子点 $(i+1, j)$ における修正

(3.3) 式より、 $(i+1, j)$ 点における残差は次式で与えられる。

$$E_{i+1,j} = a_j \Phi_{i,j}^* + b_j \Phi_{i+2,j}^* + c_j \Phi_{i+1,j-1}^* + d_j \Phi_{i+1,j+1}^* - e_j \Phi_{i+1,j}^* - \psi_{i+1,j} \dots\dots\dots (3.12)$$

よって、(3.6) 式を (3.12) 式に代入すれば、残差は次のように修正される。

$$E_{i+1,j} \Leftrightarrow a_j (\Phi_{i,j}^* + \text{SOR} \cdot E_{i,j}/e_j) + b_j \Phi_{i+2,j}^* + c_j \Phi_{i+1,j-1}^* + d_j \Phi_{i+1,j+1}^* - e_j \Phi_{i+1,j}^* - \psi_{i+1,j} \dots\dots\dots (3.13)$$

$$\therefore E_{i+1,j} \Leftrightarrow E_{i+1,j} + a_j \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j}/e_j \dots\dots\dots (3.14)$$

ただし、この右辺の $E_{i,j}$ は先に述べたように修正前の値である。

④ 格子点 $(i, j-1)$ における修正

(3.3) 式より、 $(i, j-1)$ 点における残差は次式で与えられる。

$$E_{i,j-1} = a_{j-1} \Phi_{i-1,j-1}^* + b_{j-1} \Phi_{i+1,j-1}^* + c_{j-1} \Phi_{i,j-2}^* + d_{j-1} \Phi_{i,j}^* - e_{j-1} \Phi_{i,j-1}^* - \psi_{i,j-1} \dots\dots\dots (3.15)$$

よって、(3.6) 式を (3.15) 式に代入すれば、残差は次のように修正される。

$$E_{i,j-1} \Leftrightarrow a_{j-1} \Phi_{i-1,j-1}^* + b_{j-1} \Phi_{i+1,j-1}^* + c_{j-1} \Phi_{i,j-2}^* + d_{j-1} (\Phi_{i,j}^* + \text{SOR} \cdot E_{i,j}/e_j) - e_{j-1} \Phi_{i,j-1}^* - \psi_{i,j-1} \dots\dots\dots (3.16)$$

$$\therefore E_{i,j-1} \Leftrightarrow E_{i,j-1} + d_{j-1} \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j}/e_j \dots\dots (3.17)$$

ただし、右辺の $E_{i,j}$ は先に述べたように修正前の値である。

⑤ 格子点 $(i, j+1)$ における修正

(3.3) 式より、 $(i, j+1)$ 点における残差は次式で与えられる。

$$E_{i,j+1} = a_{j+1} \Phi_{i-1,j+1}^* + b_{j+1} \Phi_{i+1,j+1}^* + c_{j+1} \Phi_{i,j}^* + d_{j+1} \Phi_{i,j+2}^* - e_{j+1} \Phi_{i,j+1}^* - \psi_{i,j+1} \dots\dots\dots (3.18)$$

よって、(3.6) 式を (3.18) 式に代入すれば、残差は次のように修正される。

$$E_{i,j+1} \Leftrightarrow a_{j+1} \Phi_{i-1,j+1}^* + b_{j+1} \Phi_{i+1,j+1}^* + c_{j+1} (\Phi_{i,j}^* + \text{SOR} \cdot E_{i,j}/e_j)$$

$$+ d_{j+1} \Phi_{i,j+2}^* - e_{j+1} \Phi_{i,j+1}^* - \psi_{i,j+1} \dots \dots \dots (3.19)$$

$$\therefore E_{i,j+1} \Leftrightarrow E_{i,j+1} + c_{j+1} \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j \dots (3.20)$$

ただし、右辺の $E_{i,j}$ は先に述べたように修正前の値である。

3.3 SOR法の使用手順

今回の計算では、まず未知量 Φ^{n+1} の第0近似として Φ^{n-1} をとり、同時に $\zeta^{n+1} = \zeta^{n-1}$ として、SOR法の適用における“初期残差”を計算しておく。各差分スキームの場合における初期残差の計算式は、(付録2)に示す通りである。

次に、 i と j を順番に変化させていき、ある格子点 (i, j) において残差の絶対値 $|E_{i,j}|$ の零判定を行い、

$$|E_{i,j}| \geq \epsilon \quad (\epsilon: \text{正の零判定値}) \dots \dots \dots (3.21)$$

ならば、以下の通り修正を行う((3.22)~(3.27)式)。その後、再度 i と j を最初から順番に変化させて $|E_{i,j}|$ の零判定を行う操作に戻り、すべての格子点に対して(3.4)式が満足されるまで、この過程を反復させる。

ただし、SOR法の適用において i と j を変化させる際には、対象海域の境界である海岸線及び赤道を除く“海の内部”の格子点すべてを通過するようにしなければならない。

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{i,j}^* \Leftrightarrow \Phi_{i,j}^* + \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j \dots \dots \dots (3.22) \\ E_{i-1,j} \Leftrightarrow E_{i-1,j} + b_j \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j \dots \dots \dots (3.23) \\ E_{i+1,j} \Leftrightarrow E_{i+1,j} + a_j \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j \dots \dots \dots (3.24) \\ E_{i,j-1} \Leftrightarrow E_{i,j-1} + d_{j-1} \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j \dots \dots \dots (3.25) \\ E_{i,j+1} \Leftrightarrow E_{i,j+1} + c_{j+1} \cdot \text{SOR} \cdot E_{i,j} / e_j \dots \dots \dots (3.26) \\ E_{i,j} \Leftrightarrow -(\text{SOR} - 1) \cdot E_{i,j} \dots \dots \dots (3.27) \end{array} \right.$$

4 海岸地形の取り扱い方

4.1 渦度と流線関数の関係式の差分化

3.1節で述べた差分化された渦度方程式は、時間レベル(n)を現在と考えたとき未来を表す時間レベル($n+1$)の流線関数 Φ^{n+1} を未知量とするものであるが、(付録1)に示される通り、(3.1)式右辺の $\psi_{i,j}$ には既知であるべきの渦度が含まれている。したがって、この差分方程式を解くためには、まず(付録2)のSOR法適用における“初期残差”の計算式に含まれる渦度 ζ を既に求まっている流線関数 Φ から計算しなければならない。

渦度 ζ と流れ関数 Φ の関係式(2.43)の差分化は、次式のようになる¹⁾。

$$\begin{aligned} \zeta_{i,j} = & \frac{1}{(X_j)^2} (\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j}) \\ & + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} \Phi_{i,j+1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \Phi_{i,j-1} \right) \\ & - \left\{ \frac{2}{(X_j)^2} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \right\} \Phi_{i,j} \dots \dots \dots (4.1) \end{aligned}$$

ただし、 X_j は j という緯線に沿って隣接する格子間の長さであり、 Y は経線に沿って隣接する格子間の長さである。さらに、 $X_{j+\frac{1}{2}}$ 及び $X_{j-\frac{1}{2}}$ はそれぞれ、 X_{j+1} と X_j の相加平均及び X_{j-1} と X_j の相加平均として定義される。

4.2 海岸線及び赤道における境界条件

海岸線における“流れの滑り無し条件”は $\bar{u} = \bar{v} = 0$ すなわち $U = V = 0$ で与えられ、赤道における“流れの南北対称条件”は $\partial \bar{u} / \partial \varphi = \bar{v} = 0$ す

なわち $\partial U / \partial \varphi = V = 0$ で与えられる。これらの条件は、(2.40) 及び (2.41) 式によって次式となる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{海岸線において, } \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0 \dots (4.2) \\ \text{赤道において, } \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0 \dots (4.3) \end{array} \right.$$

さらに、(4.2) 及び (4.3) 式を中央差分化することによって、次式が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{海岸線において, } \Phi_{i,j-1} = \Phi_{i,j+1}, \\ \Phi_{i-1,j} = \Phi_{i+1,j} \dots (4.4) \\ \text{赤道において, } \Phi_{i,j-1} = -\Phi_{i,j+1} + 2\Phi_{i,j}, \\ \Phi_{i-1,j} = \Phi_{i+1,j} \\ \dots \dots \dots (4.5) \end{array} \right.$$

ただし、今回の計算では、島が存在しない場合を考えたために、一続きの大陸の海岸線及び赤道において $\Phi = 0$ とした。このとき、境界条件は、(4.4) 及び (4.5) 式より次のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{南北方向に伸びる海岸線において,} \\ \Phi_{i,j} = 0, \Phi_{i-1,j} = \Phi_{i+1,j} \dots (4.6) \\ \text{東西方向に伸びる海岸線において,} \\ \Phi_{i,j} = 0, \Phi_{i,j-1} = \Phi_{i,j+1} \dots (4.7) \\ \text{赤道において,} \\ \Phi_{i,j} = 0, \Phi_{i,j-1} = -\Phi_{i,j+1} (4.8) \end{array} \right.$$

4.3 海岸地形の分類と境界上の渦度計算

本研究では、 Φ 及び ζ が指定された格子点を海岸線上に置く UCLA 派的な差分化の仕方を用いている。海の内部にある格子点における渦度 $\zeta_{i,j}$ の計算には (4.1) 式をそのまま使うが、境界上（海岸線及び赤道上）の渦度を計算する際には境界条件によって (4.1) 式を変形した形で使う。

海岸地形に応じて海岸線における境界タイプを分類すれば、図 1 に示すとおり 12 種類となる。便宜上、海岸の境界タイプを MBT と表している。

各境界タイプに対応する渦度は、“滑り無し条件”によって以下の通りとなる。ただし、 Φ_c は海岸線上における流線関数の値を表すが、4.2 節に述べた通り、今回の計算ではすべての海岸線で $\Phi_c = 0$ としてシミュレーションを行った。

① MBT = 1 (左側が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{2}{(X_j)^2} (\Phi_{i+1,j} - \Phi_c) \dots \dots (4.9)$$

② MBT = 2 (右側が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{2}{(X_j)^2} (\Phi_{i-1,j} - \Phi_c) \dots \dots (4.10)$$

③ MBT = 3 (下側が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) (\Phi_{i,j+1} - \Phi_c) \dots \dots (4.11)$$

④ MBT = 4 (上側が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) (\Phi_{i,j-1} - \Phi_c) \dots \dots (4.12)$$

⑤ MBT = 5 (左下が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{2}{(X_j)^2} \Phi_{i+1,j} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \Phi_{i,j+1} - \left\{ \frac{2}{(X_j)^2} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \right\} \Phi_c \dots \dots (4.13)$$

⑥ MBT = 6 (右下が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{2}{(X_j)^2} \Phi_{i-1,j} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \Phi_{i,j+1} - \left\{ \frac{2}{(X_j)^2} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \right\} \Phi_c \dots \dots (4.14)$$

⑦ MBT = 7 (左上が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{2}{(X_j)^2} \Phi_{i+1,j} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \Phi_{i,j+1} - \left\{ \frac{2}{(X_j)^2} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \right\} \Phi_c \dots \dots (4.15)$$

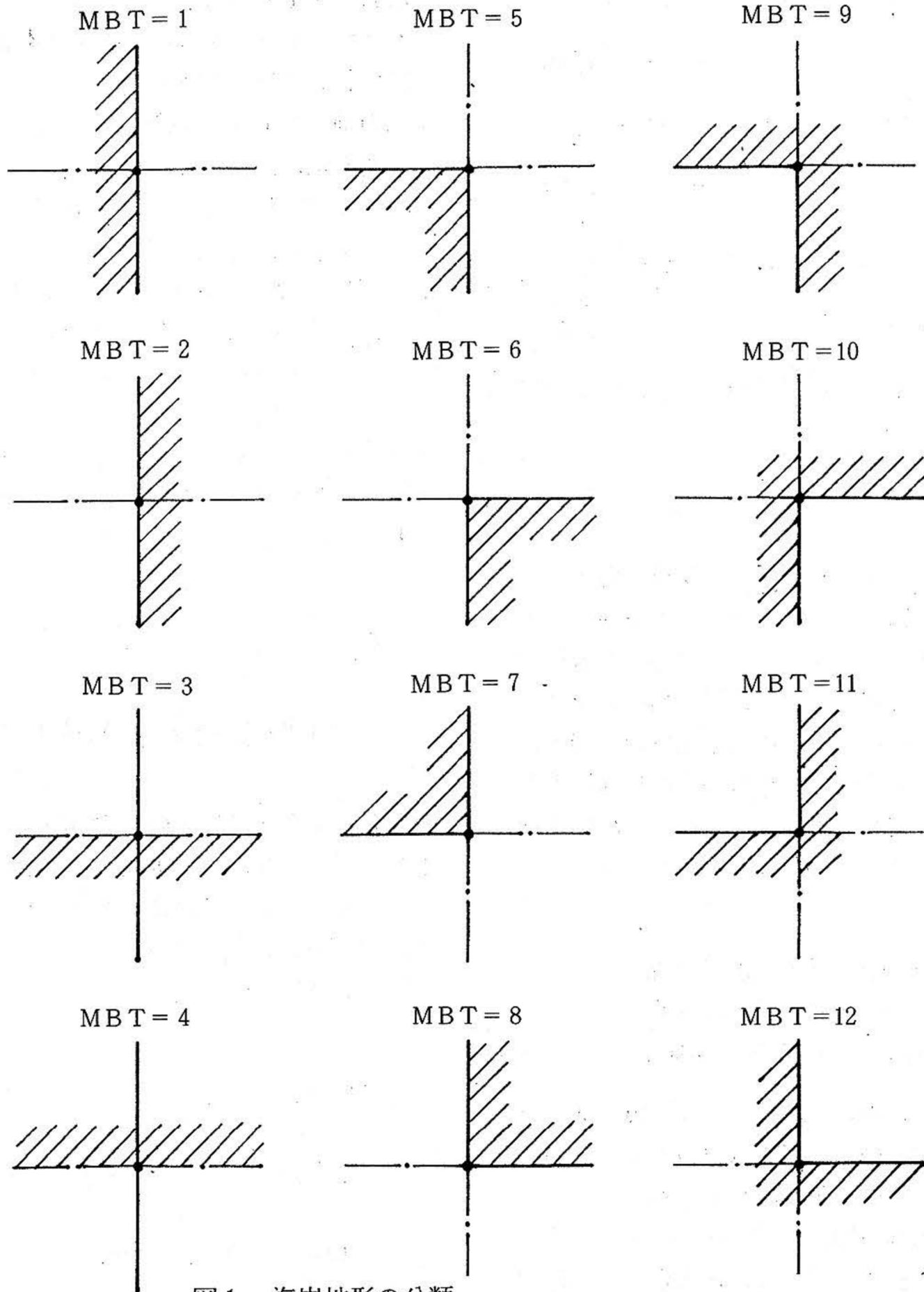


図1 海岸地形の分類

Fig. 1 Classification of coastal topography.

$$\begin{aligned}
 & + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \phi_{i,j-1} - \left\{ \frac{2}{(X_j)^2} + \frac{1}{(Y)^2} \right. \\
 & \left. \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \right\} \phi_c \dots\dots (4.15)
 \end{aligned}$$

⑧ MBT = 8 (右上が陸) の場合

$$\zeta_{i,j} = \frac{2}{(X_j)^2} \phi_{i-1,j} + \frac{1}{(Y)^2} \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \phi_{i,j-1} - \left\{ \frac{2}{(X_j)^2} + \frac{1}{(Y)^2} \right. \\
 & \left. \left(\frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \right) \right\} \phi_c \dots\dots (4.16)
 \end{aligned}$$

⑨ MBT = 9 (左下が海) の場合

$$\zeta_{i,j} = 0 \dots\dots (4.17)$$

⑩ MBT = 10 (右下が海) の場合
 $\zeta_{i,j} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.18)$

⑪ MBT = 11 (左上が海) の場合
 $\zeta_{i,j} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.19)$

⑫ MBT = 12 (右上が海) の場合
 $\zeta_{i,j} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.20)$

一方、赤道上における渦度は、“南北対称条件”によって次式となる。

$\zeta_{i,j} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.21)$

5 数値シミュレーション結果及び考察

今回の計算では、北太平洋の海岸線を3種類の仕方で近似することによって、海岸地形の取り扱い方を考察すると共に、風成海洋大循環に及ぼす海岸地形の影響を調べた。各対象海域の下端である $j = 2$ の線を赤道とし、他の境界線を海岸とみなして、その海岸線の近似の仕方により次の3種類の海域の場合についてシミュレーションを行った。

- (Case I) 長方形海域の場合
- (Case II) 八角形海域の場合
- (Case III) 実際的海域の場合

ただし、いずれの場合も、外力とする風の海面応力は、第1報¹⁾と同じく東西成分のみを持つ南北方向に \cos 曲線型の定常分布とし、赤道から 30°N までの貿易風(偏東風)と 30°N から 60°N までの偏西風がモデル化されている。最大応力を 1 dyn/cm^2 としたとき、風の海面応力及びその回転は以下の通り与えられる。

$$\left\{ \begin{array}{l} [\tau_\lambda]_{z=0} = -1 \cdot \cos(3\varphi) \dots\dots\dots (5.1) \\ [\tau_\varphi]_{z=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (5.2) \\ F = -\frac{1}{R} \left\{ 3 \cdot \sin(3\varphi) \right. \\ \left. + \cos(3\varphi) \tan \varphi \right\} \dots\dots\dots (5.3) \end{array} \right.$$

なお、3.1節でも述べた通り、今回の計算ではエクспリシット・スキームを基本とし、計算ノイズ抑制等の目的で時間ステップについて5回に1回の割合で Euler-松野・スキームを組み合わせた。刻み幅は、経度方向に $\Delta\lambda = 2^\circ$ 、緯度方向に $\Delta\varphi = 2^\circ$ 、時間方向に $\Delta t = 6000\text{S}$ とした。さらに、水平渦動粘性係数は2度メッシュの場合に妥当と思われる $A = 3.0 \times 10^8 \text{ cm}^2/\text{s}$ とし、海水の海面密度は $[\rho]_{z=0} = 1.03 \text{ g/cm}^3$ とした。

上記の各海域に対するメッシュ図を図2(a)(b)(c)に与え、“全運動エネルギー”の時間的变化を図3(a)(b)(c)に与えた。ただし、“全運動エネルギー” K は、体積輸送量に関して次式によって定義されるものである。

$$K \equiv \frac{1}{2} [\rho]_{z=0} \sum_{i,j} \left\{ \left(U_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(V_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} \right)^2 \right\} X_{j+\frac{1}{2}} Y \dots\dots\dots (5.4)$$

ただし、 i と j では海域全体の総和となるように変化させる。なお、本研究では体積輸送量 U と V はメッシュ中央で指定されるものとしており、(5.4) 式中の $U_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}$ と $V_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}$ は (2.40) 及び (2.41) 式から次式によって定義される。

$$\begin{aligned} U_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} &\equiv - \left\{ \left(\Phi_{i+1, j+1} + \Phi_{i, j+1} \right) / 2 \right. \\ &\quad \left. - \left(\Phi_{i+1, j} + \Phi_{i, j} \right) / 2 \right\} / Y \\ &= \left(\Phi_{i, j} + \Phi_{i+1, j} - \Phi_{i, j+1} - \Phi_{i+1, j+1} \right) \\ &\quad / (2Y) \quad \dots\dots\dots (5.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} &\equiv \left\{ \left(\Phi_{i+1, j+1} + \Phi_{i+1, j} \right) / 2 \right. \\ &\quad \left. - \left(\Phi_{i, j+1} + \Phi_{i, j} \right) / 2 \right\} / X_{j+\frac{1}{2}} \\ &= \left(\Phi_{i+1, j+1} + \Phi_{i+1, j} - \Phi_{i, j+1} - \Phi_{i, j} \right) \\ &\quad / (2X_{j+\frac{1}{2}}) \quad \dots\dots\dots (5.6) \end{aligned}$$

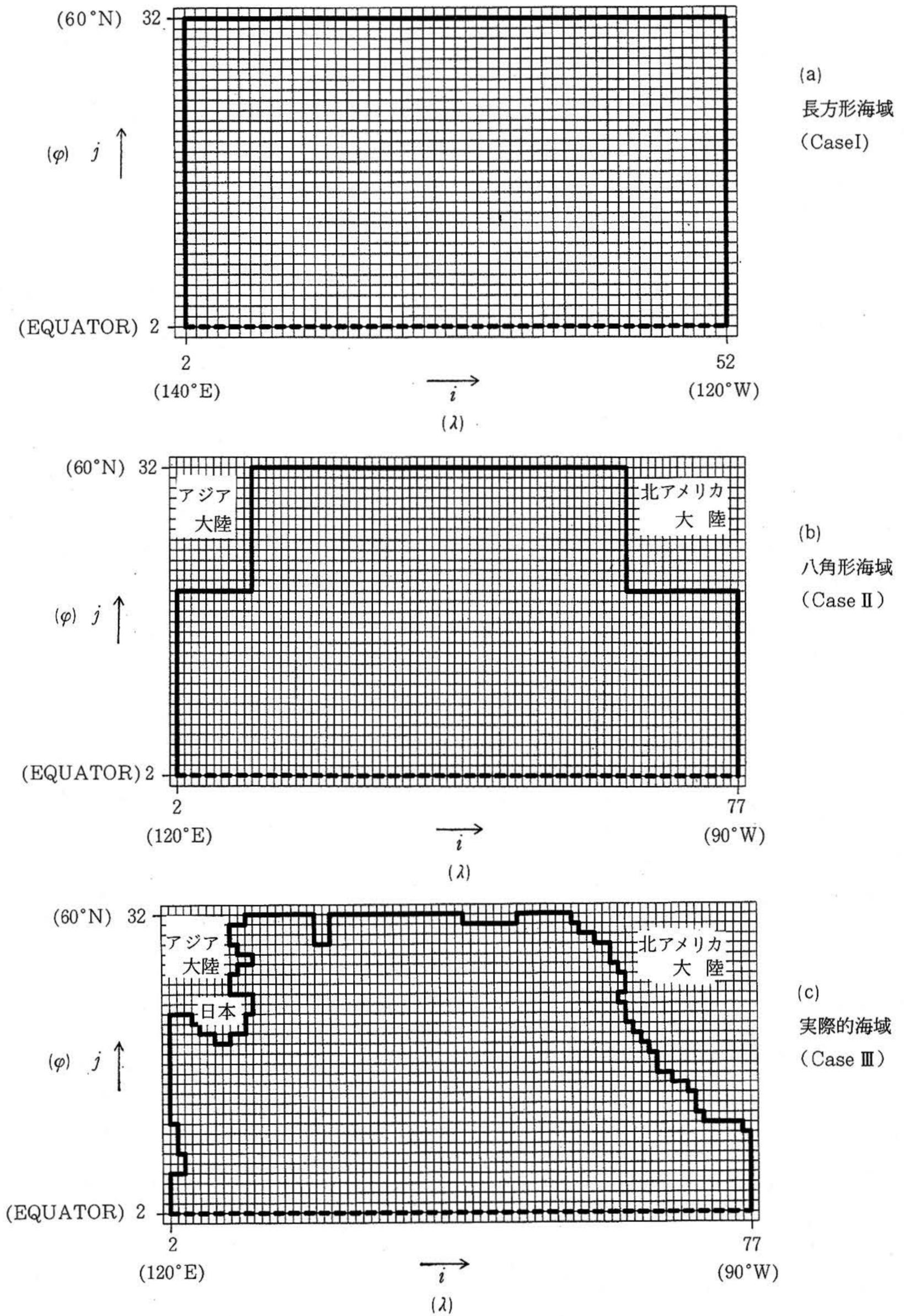


図2 (a) (b) (c) 各海域に対するメッシュ図
 Fig.2(a) (b) (c) Mesh diagrams for each ocean.

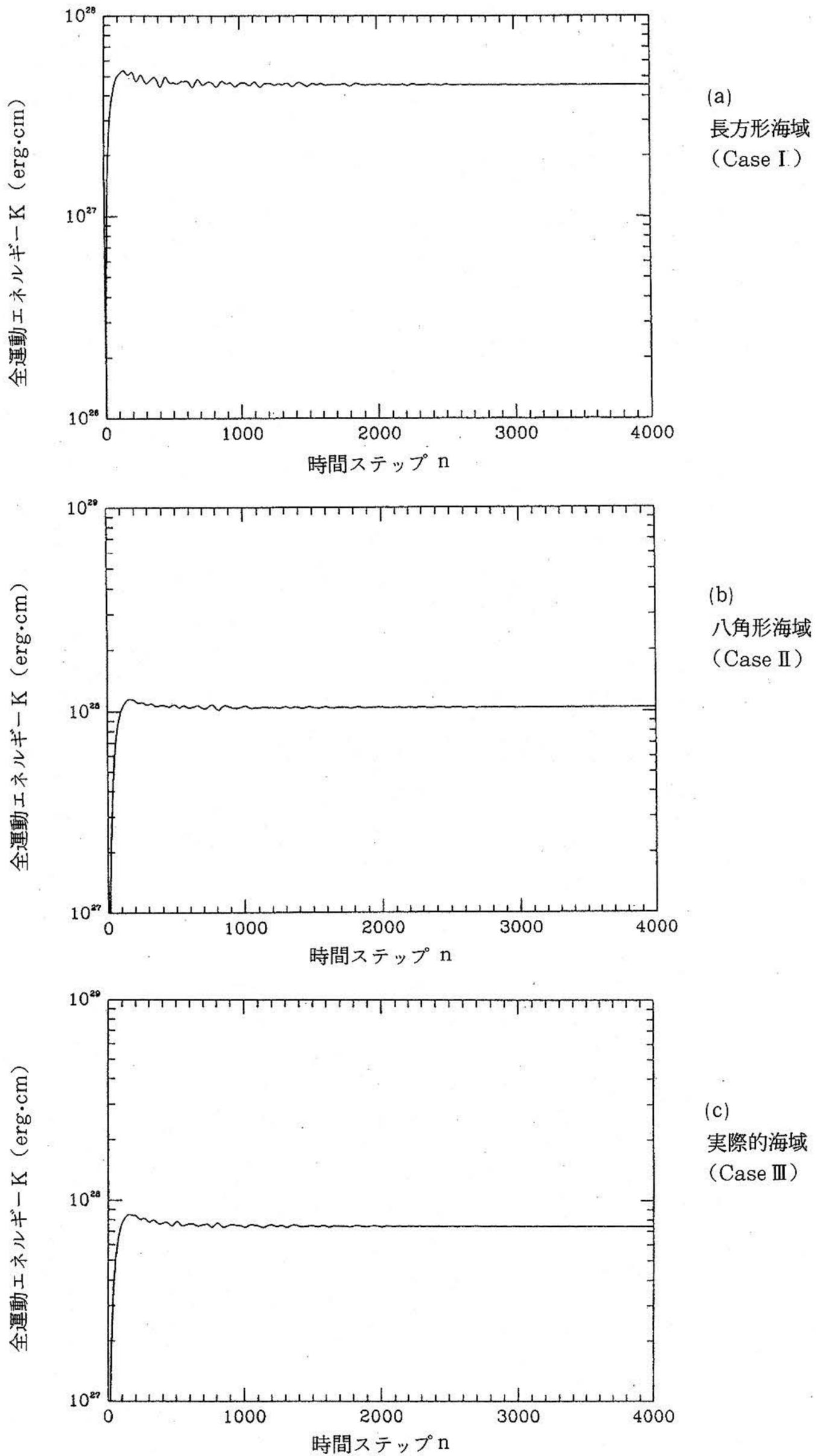


図3 (a) (b) (c) 各海域における“全運動エネルギー”
 Fig.3 (a) (b) (c) “Total kinetic energy” in each ocean.

図2(a)の長方形海域(Case I)は第1報で用いたものと同じであり、(b)の八角形海域(Case II)は4.3節で分類した12種類の海岸地形タイプをすべて含んでいる。(c)の実際の海岸(Case III)は、北アメリカ大陸及び日本を含めたアジア大陸の海岸線を2度メッシュで近似したものである。図3(a)(b)(c)を見ると、(Case I)(Case II)(Case III)のいずれにおいても“全運動エネルギー”は、初期条件の静止状態に対応する $n=0$ における零値から n とともに急増し、 $n=150$ 付近(現象時間としては約10日経過)で一旦ピークをとることが分る。その後、曲線は n の増加に対して波打つように変動しながら徐々に減少し、 $n=3000$ 位(約7カ月経過)でほとんど一定値をとり定常状態となっていることが推測される。もちろん同じ定常な風の応力分布を与えても、(Case I)(Case II)(Case III)では海域の広さ及び海岸地形が異なるため、定常状態となったときの“全運動エネルギー” K の値は各場合で異なっている。(Case I)では $K=0.453 \times 10^{28}$ erg·cm, (Case II)では $K=1.04 \times 10^{28}$ erg·cm, (Case III)では $K=0.743 \times 10^{28}$ erg·cm である。

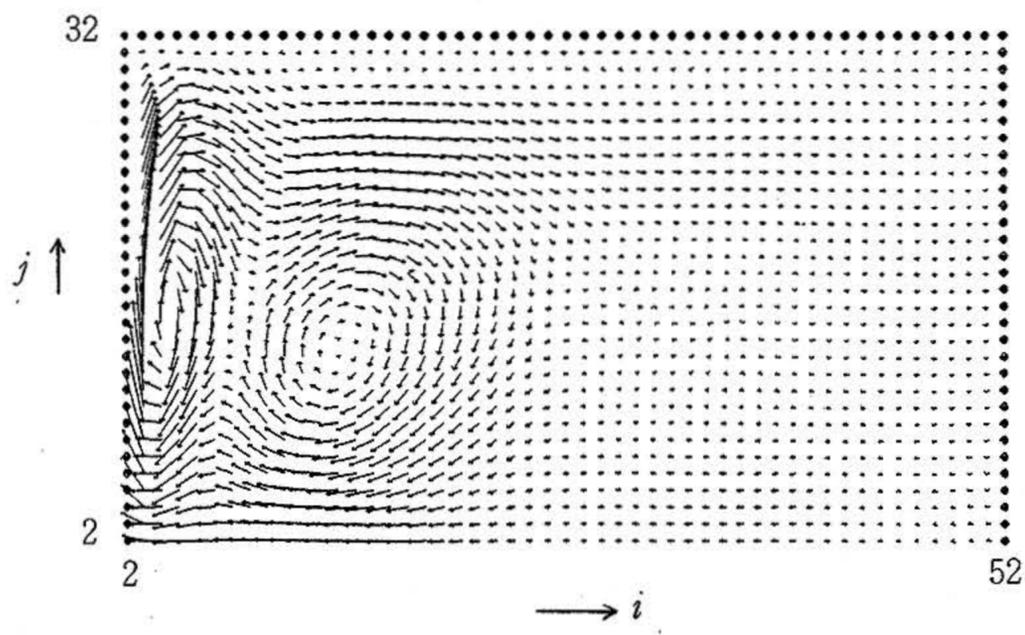
次に、各海域の場合について、体積輸送量ベクトルの分布図が、時間経過によっていかに変化しているかを調べた。時間ステップ n をパラメータとして、各海域の体積輸送量ベクトル分布を描いたものが、図4、図5、図6である。(図中の丸印は滑り無し状態を表す。)ただし、格子点上の体積輸送量 $U_{i,j}$ と $V_{i,j}$ は、(5.5)と(5.6)式によって定義されたメッシュ中央の U と V から、次式によって定義されている。

$$U_{i,j} \equiv \left(U_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + U_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + U_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + U_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \right) / 4 \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

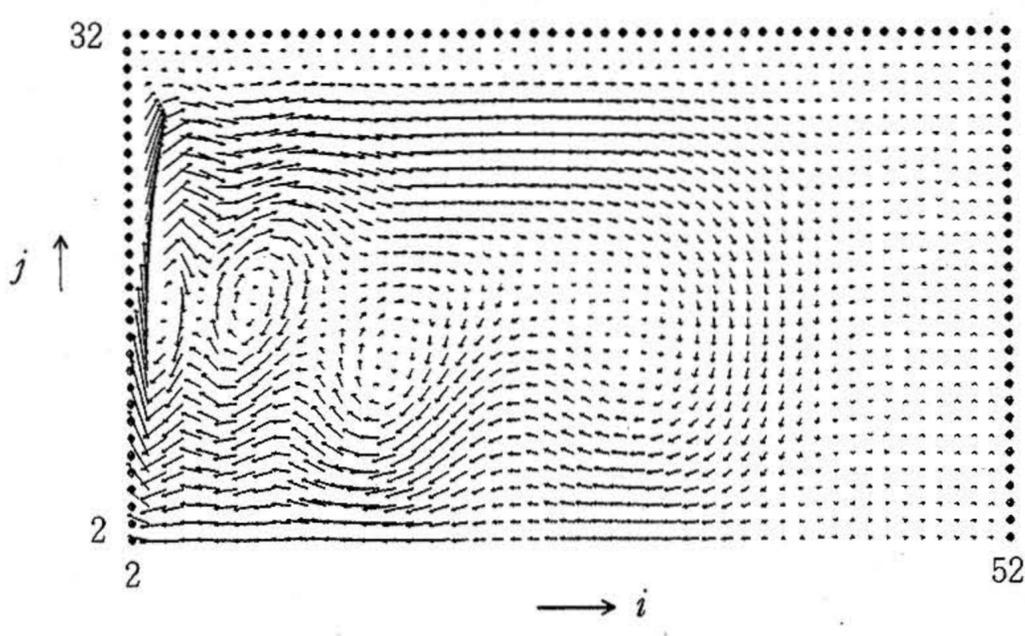
$$V_{i,j} \equiv \left(V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + V_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + V_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + V_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \right) / 4 \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

図4、図5、図6を見れば、(Case I)(Case II)(Case III)のいずれの海域の場合にも時間ステップにかかわらず、西岸近傍に強い流れが集中していることにまず気が付く。これが、いわゆる惑星ベータ効果による“西岸強化現象”である。また、時間的な変化に着目すれば、3つの場合ともに、最初の方の時間ステップでは北緯20~30度位の間に強い渦が1~4個程度存在し、それらの渦は時間とともに消滅することに気が付く。これらの渦の存在が $n=100 \sim 2000$ (約1週間~5カ月程度)の間の時間ステップにおいて明確に確認されることから、図3(a)(b)(c)における“全運動エネルギー”のピーク現象及びその後の定常状態となるまでの過渡期における波打つような変動現象はこれらの渦の生成・消滅に関係していたものと思われる興味深い。ただし、初期静止状態から定常状態に至るまでのこれらの過渡現象を、実海域における非定常現象と直接対応づけて考えることは、少し早計である。なぜならば、定常な風の応力を外力とした今回のシミュレーションでは、定常状態にのみ物理的興味があるのであり、物理的には定常問題をあくまでも数値シミュレーションのテクニックとして、非定常問題として取り扱ったにすぎないからである。なお、図3の“全運動エネルギー”から推測した通り、 $n=3000$ (約7カ月後)にはほぼ完全な定常状態が実現していることが確認された。

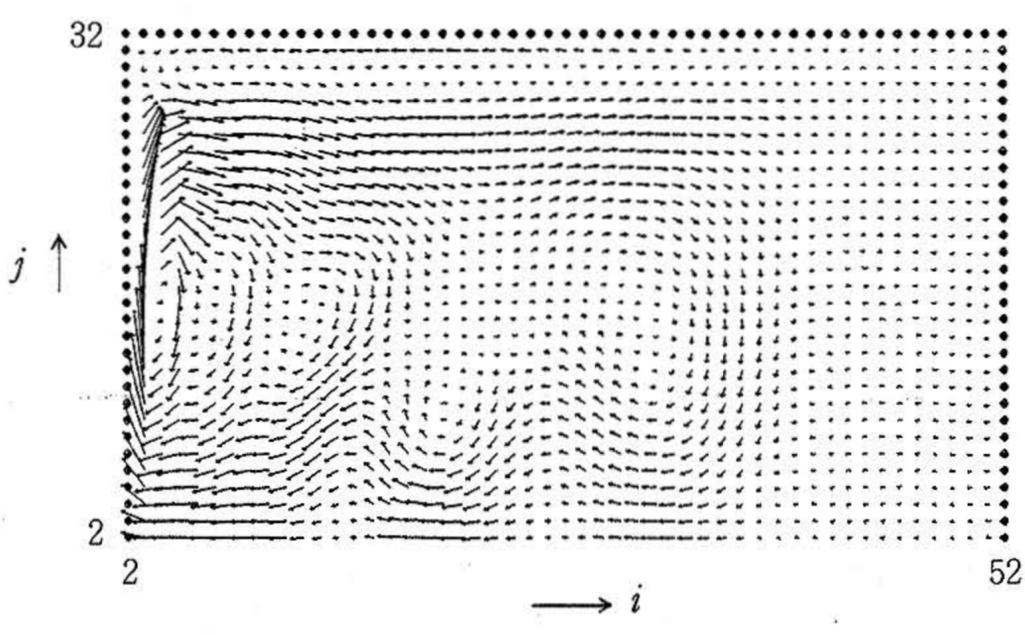
そこで、完全な定常状態にある $n=4000$ ステップ(約9.3カ月後)における体積輸送量ベクトル図のみに注目してみる。(Case I)(Case II)(Case III)ともに、黒潮を含む時計まわりの亜熱帯循環が北太平洋のほとんどを覆い、親潮を含む反時計まわりの亜寒帯循環が残りの北方海域に存在している様子が分る。黒潮に相当する西岸境界流の体積輸送量について各場合を比較すると、(Case I)では北向き成分に比べて東西成分が非常に小さいのに対し、(Case II)及び(Case III)では海岸地形の影響で、北向き成分のみならず、東向き成分もかなり大きくなっていることが分る。数値シミュレーション結果による U 及び V の最大値は、(Case I)では $U=1.43 \times 10^5$ cm²/s ($\varphi=48^\circ$ N) 及び $V=6.53 \times 10^5$ cm²/s ($\varphi=30^\circ$ N), (Case II)では $U=5.78 \times 10^5$ cm²/s ($\varphi=34^\circ$ N) 及び $V=$



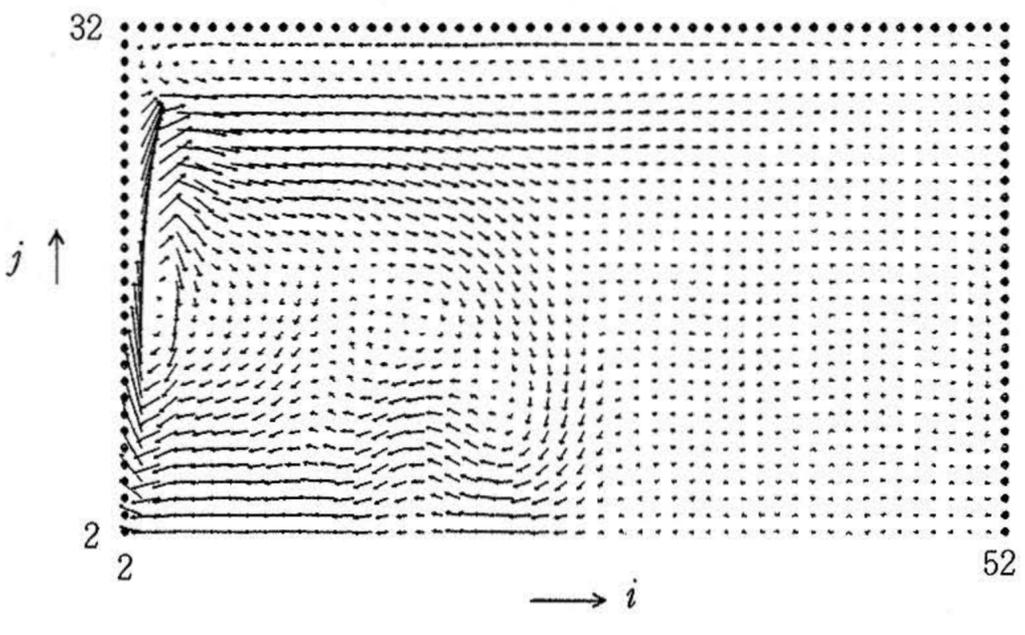
(Case I)
n = 100



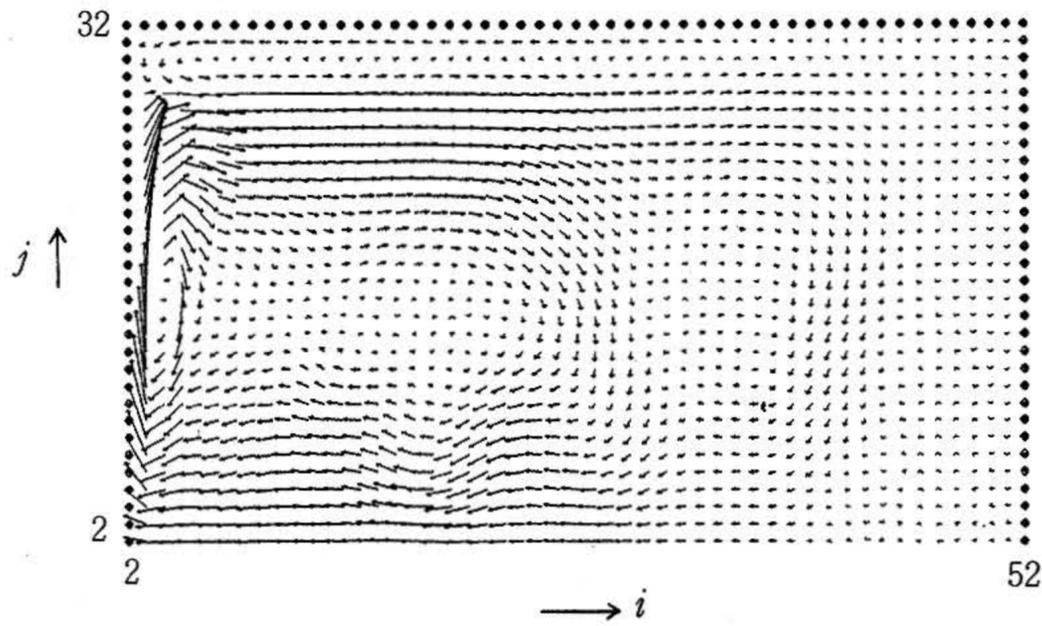
(Case I)
n = 200



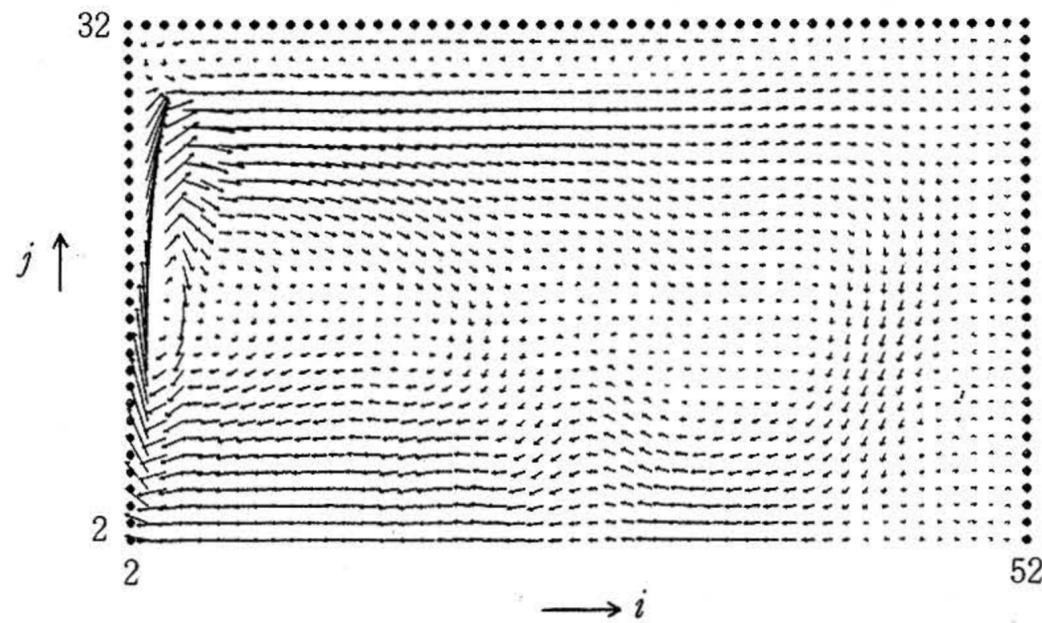
(Case I)
n = 300



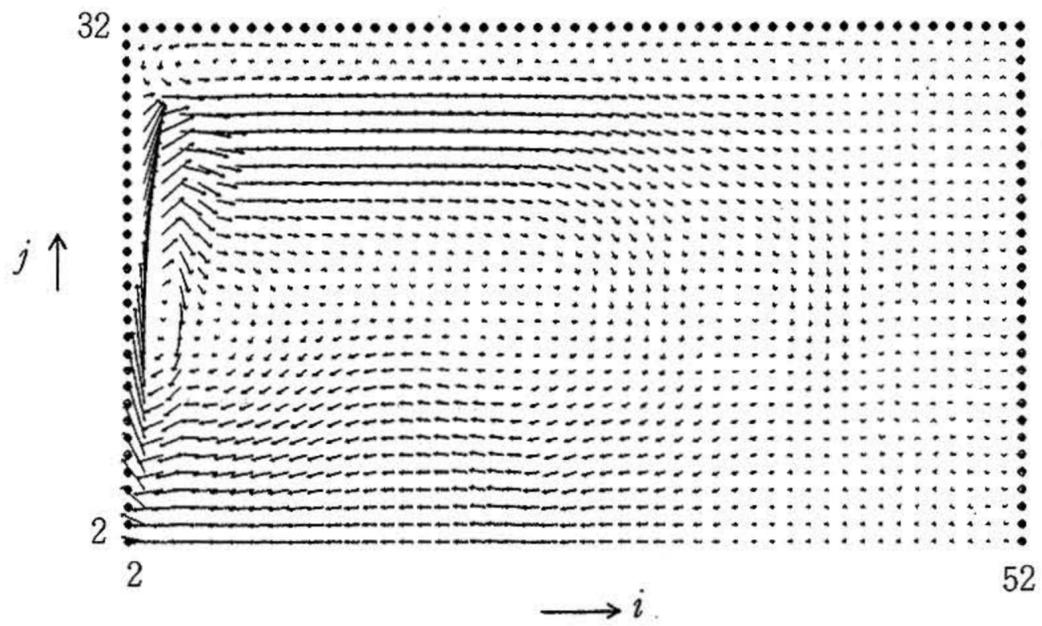
(Case I)
n = 400



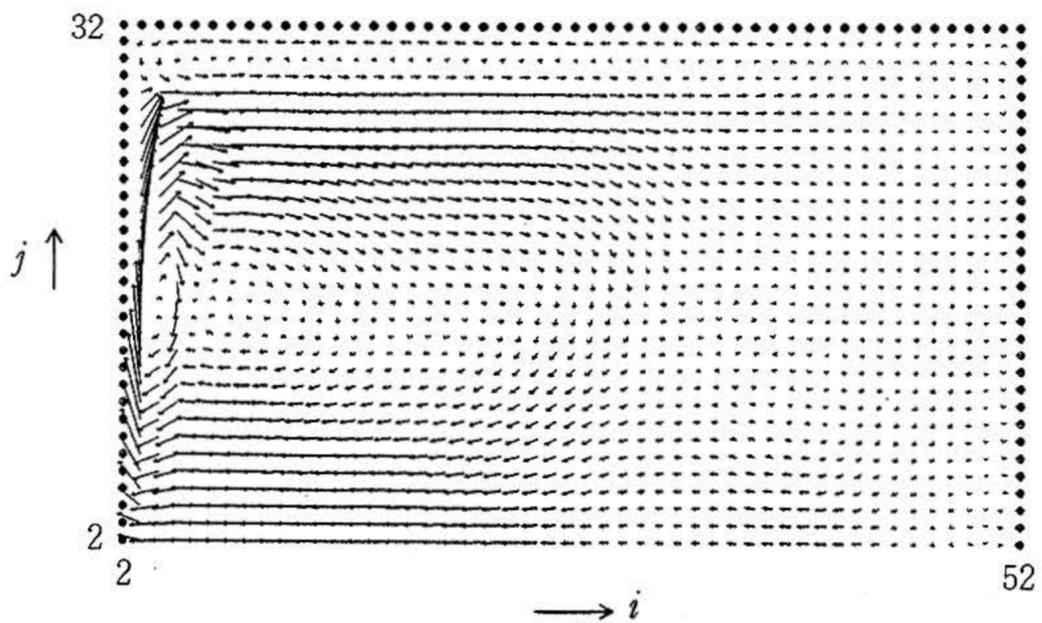
(Case I)
n = 500



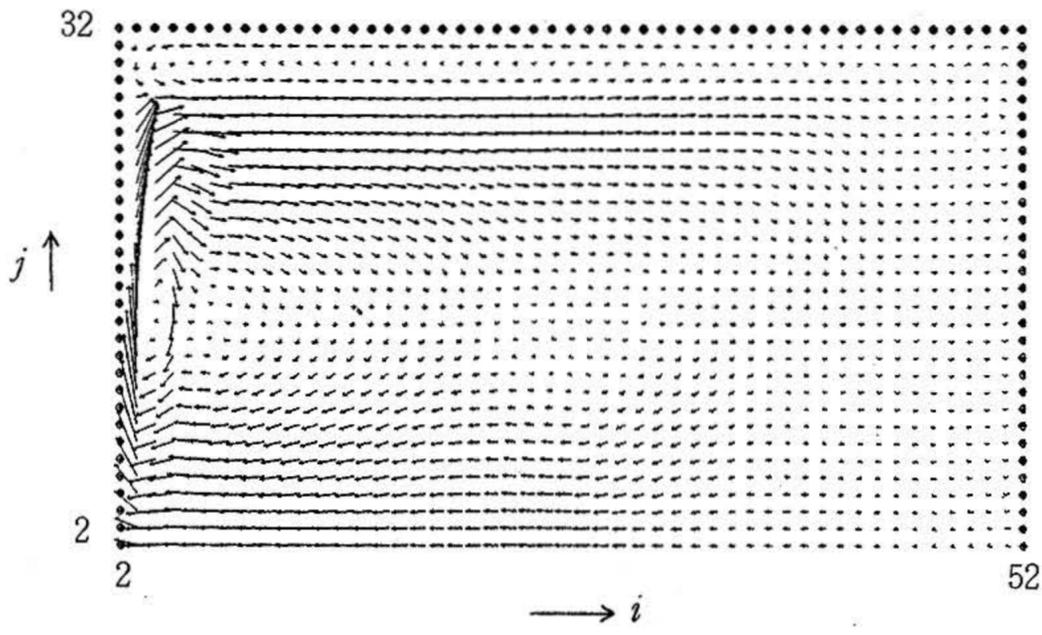
(Case I)
n = 600



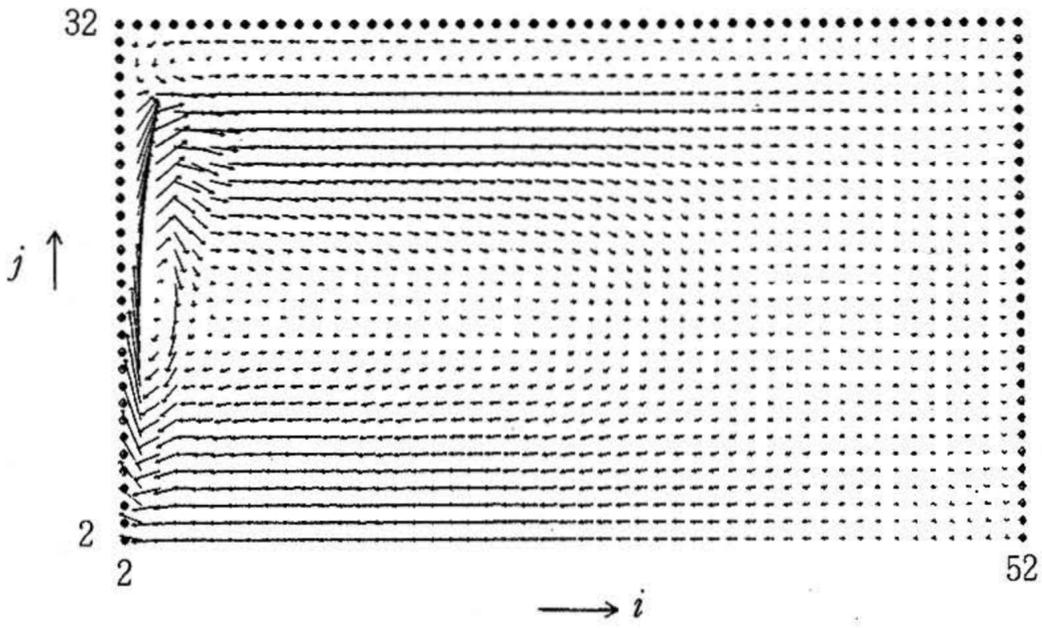
(Case I)
n = 800



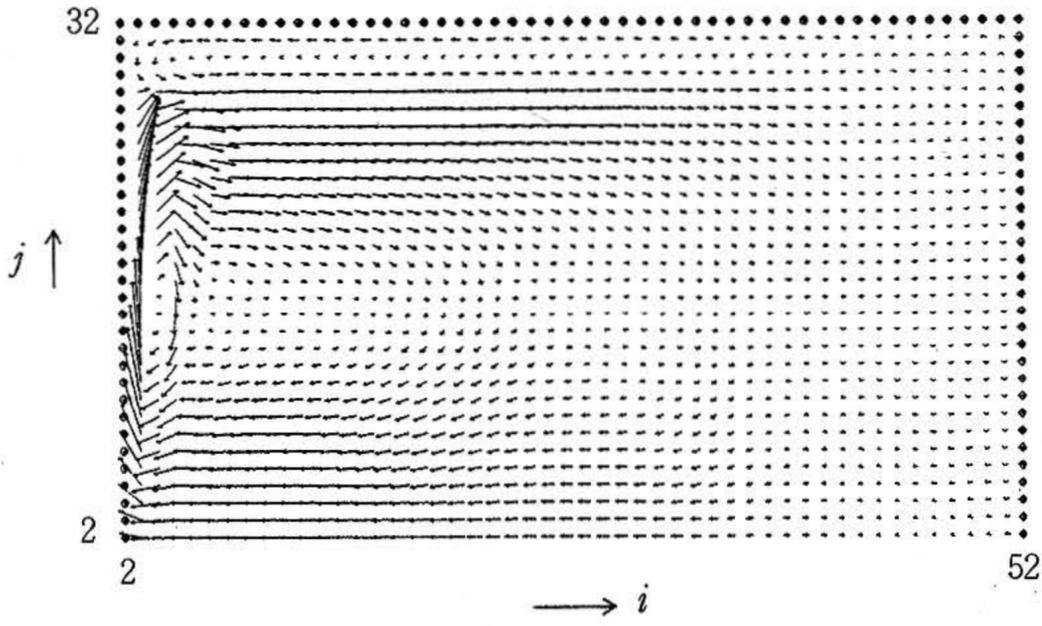
(Case I)
n = 1000



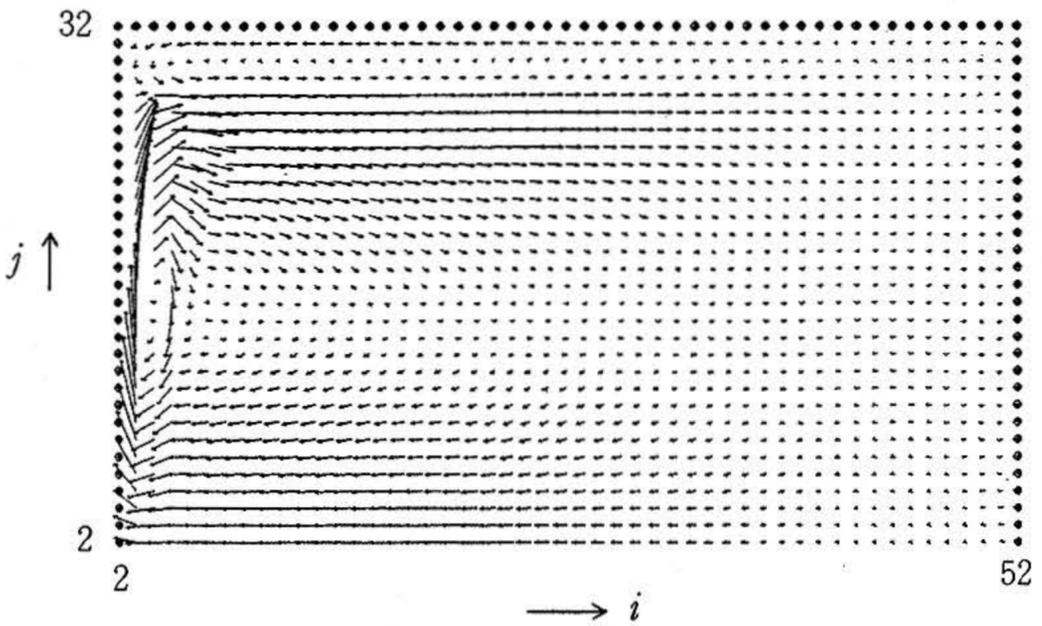
(Case I)
n = 1200



(Case I)
n = 1400



(Case I)
n = 1600



(Case I)
n = 1800

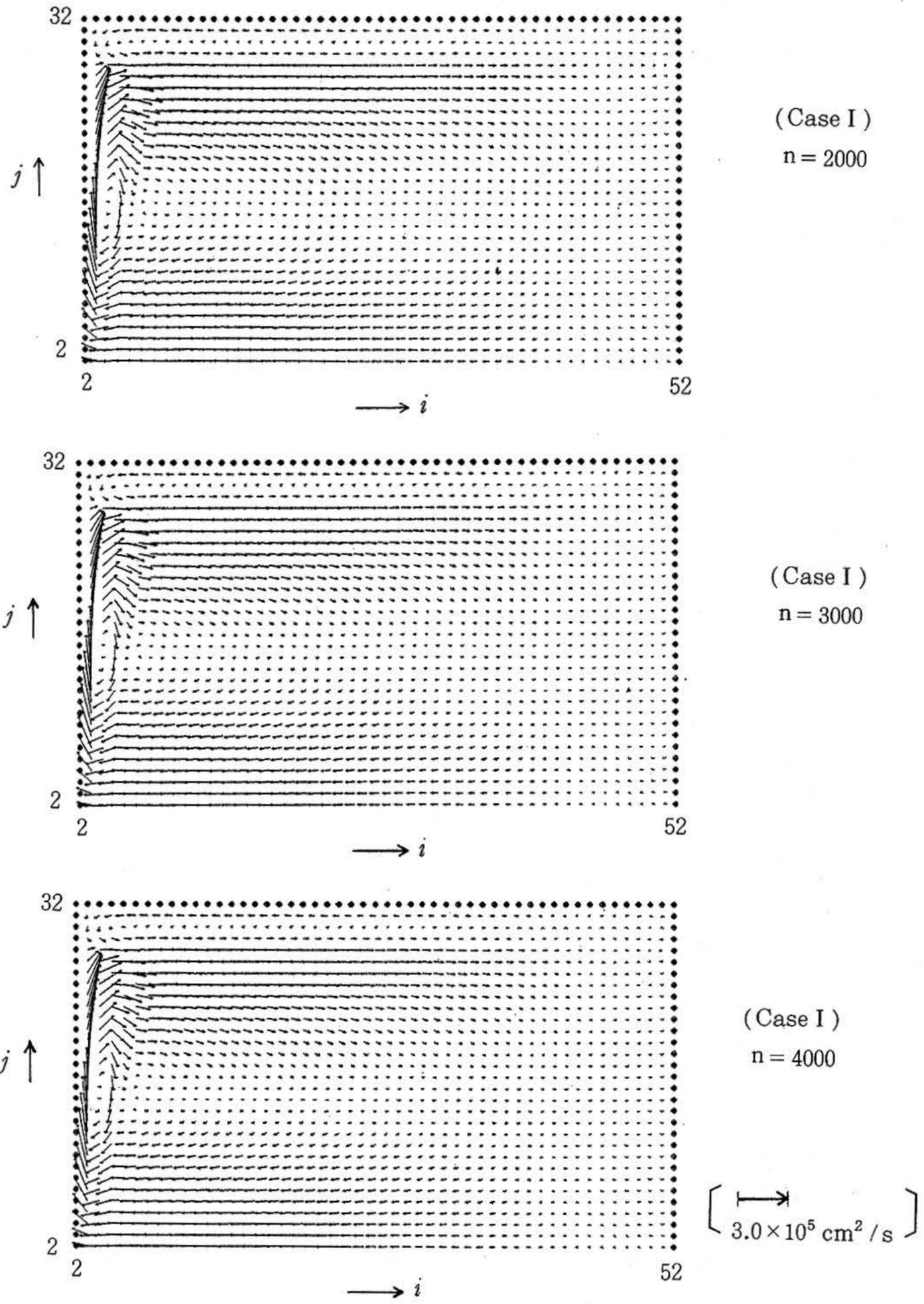
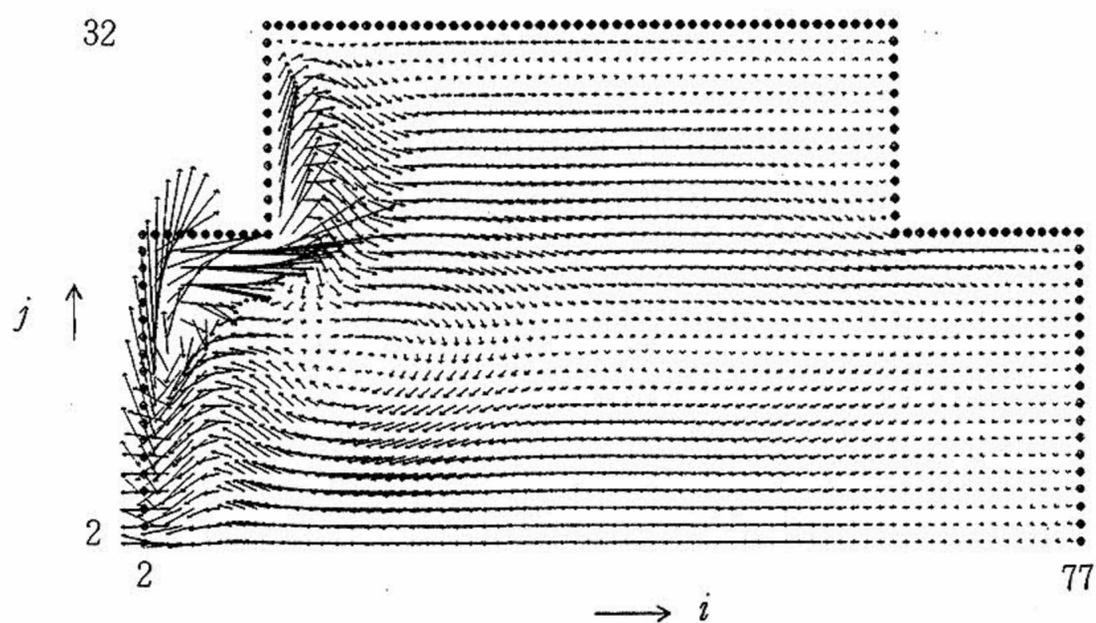
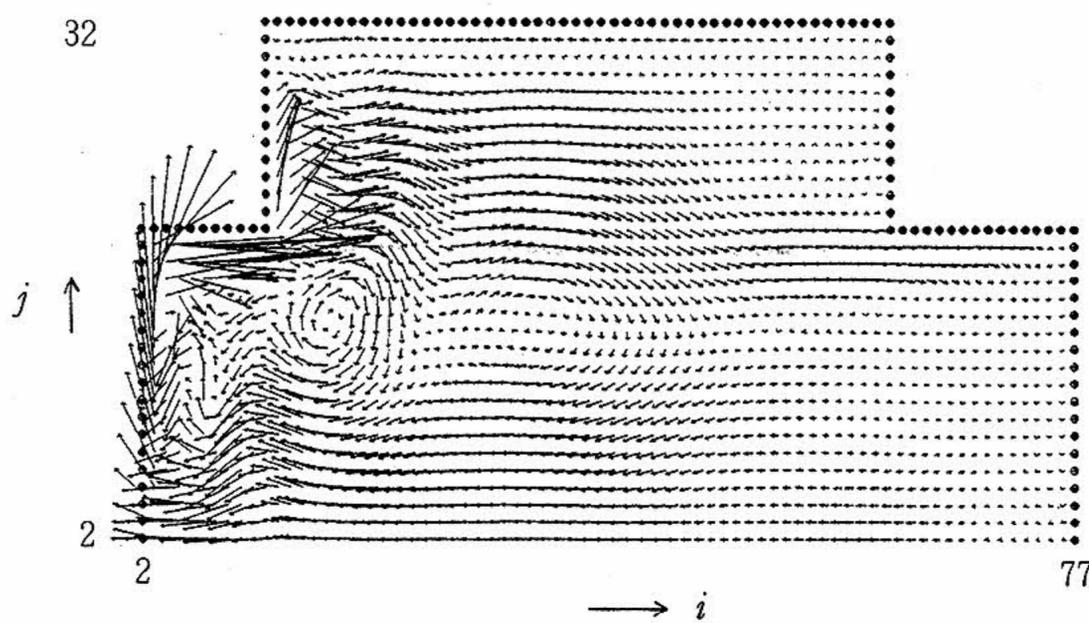


図4 長方形海域 (CaseI) における体積輸送量ベクトル図

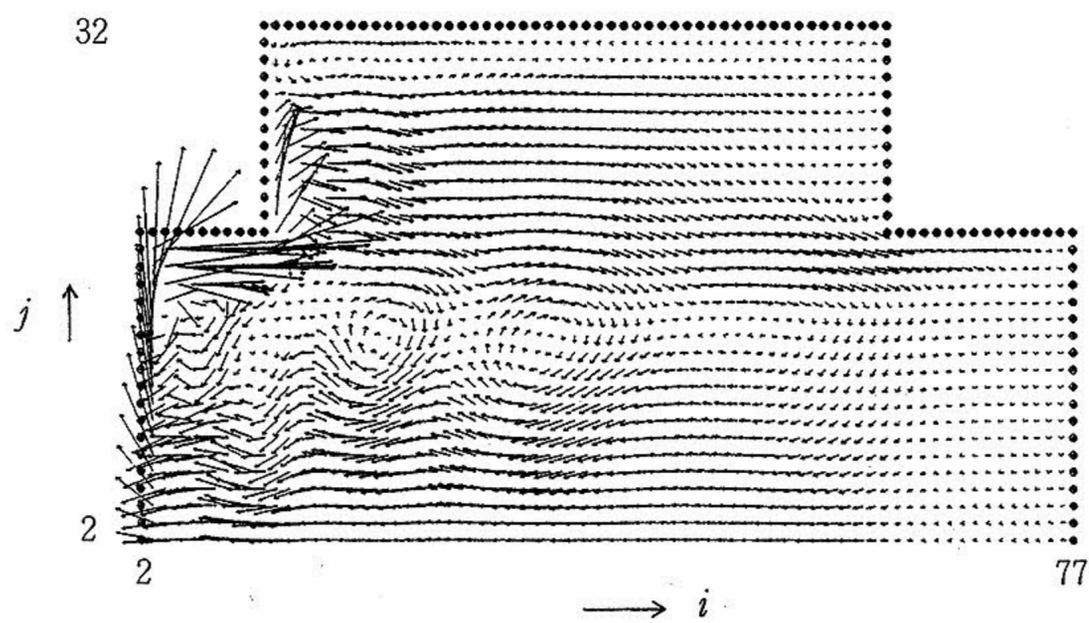
Fig.4 Diagrams of volume transport vectors for the square ocean (CaseI).



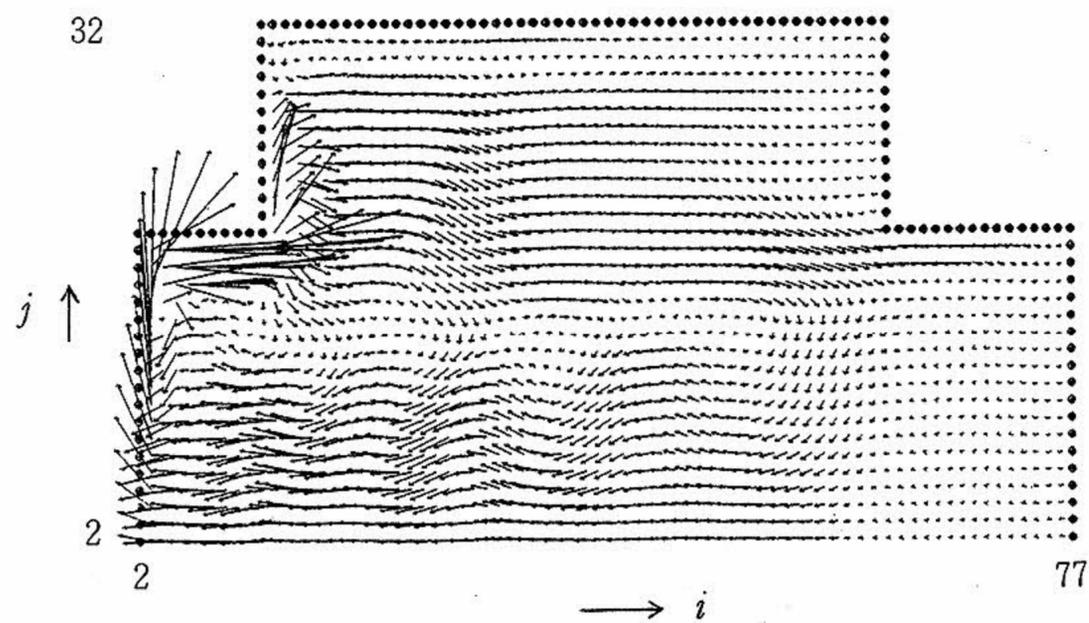
(Case II)
n = 100



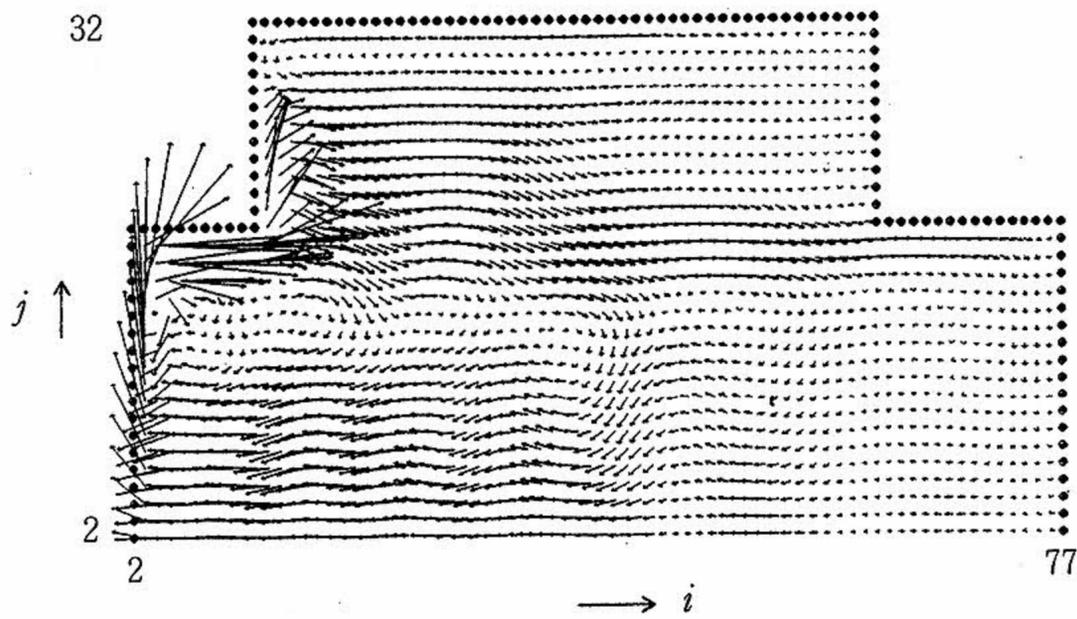
(Case II)
n = 200



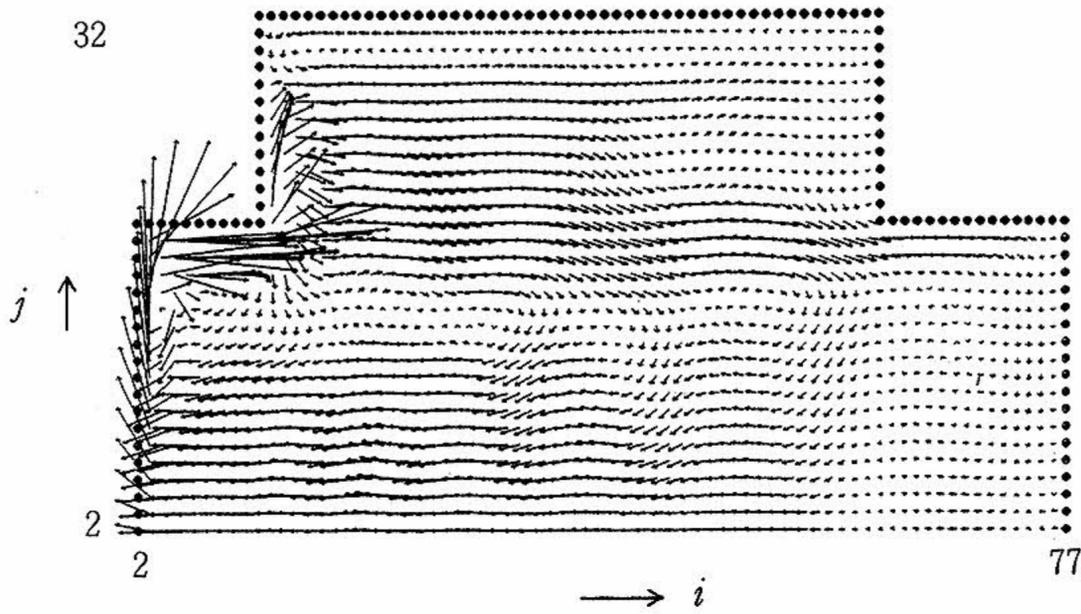
(Case II)
n = 300



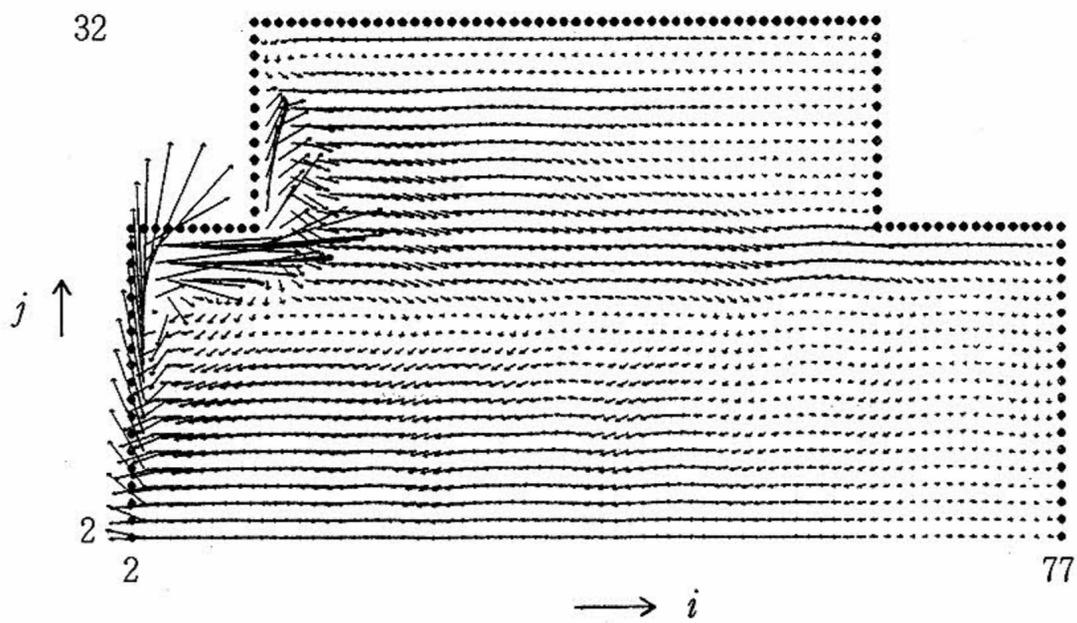
(Case II)
n = 400



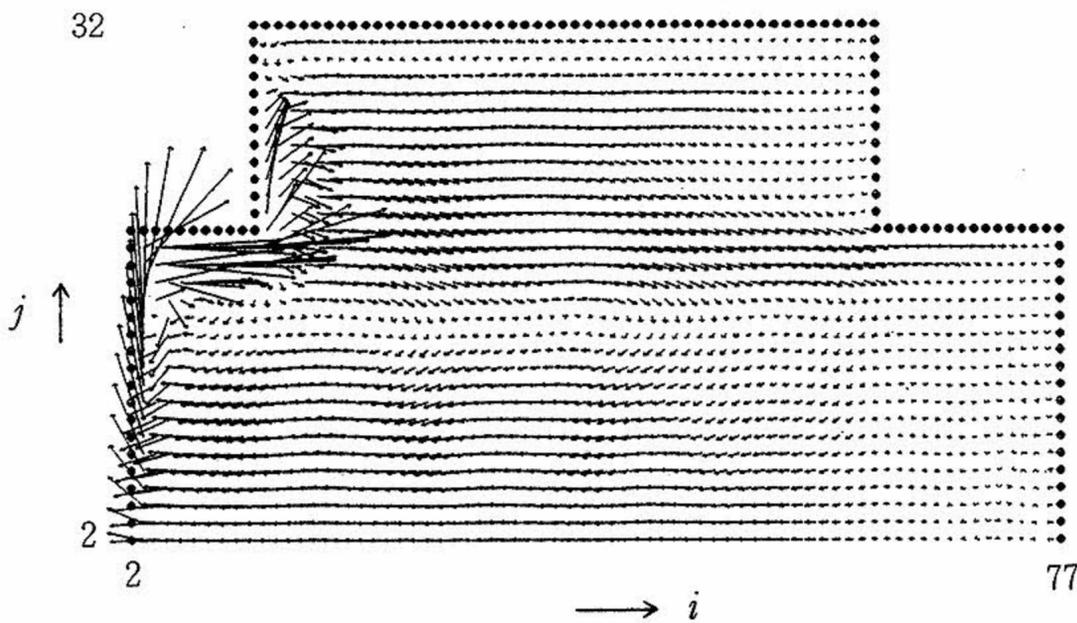
(Case II)
n = 500



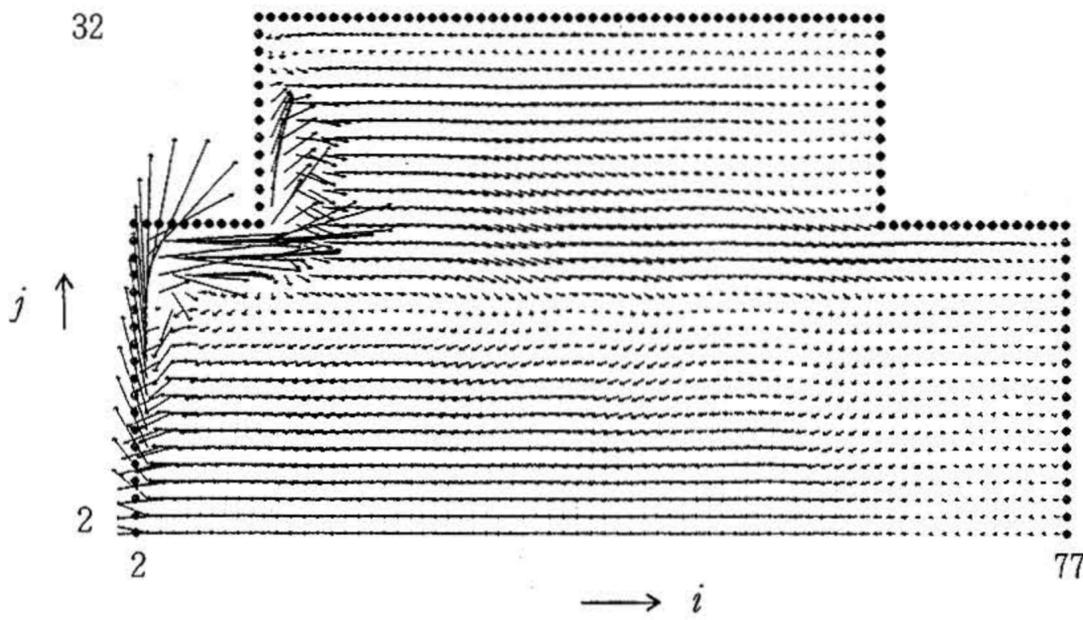
(Case II)
n = 600



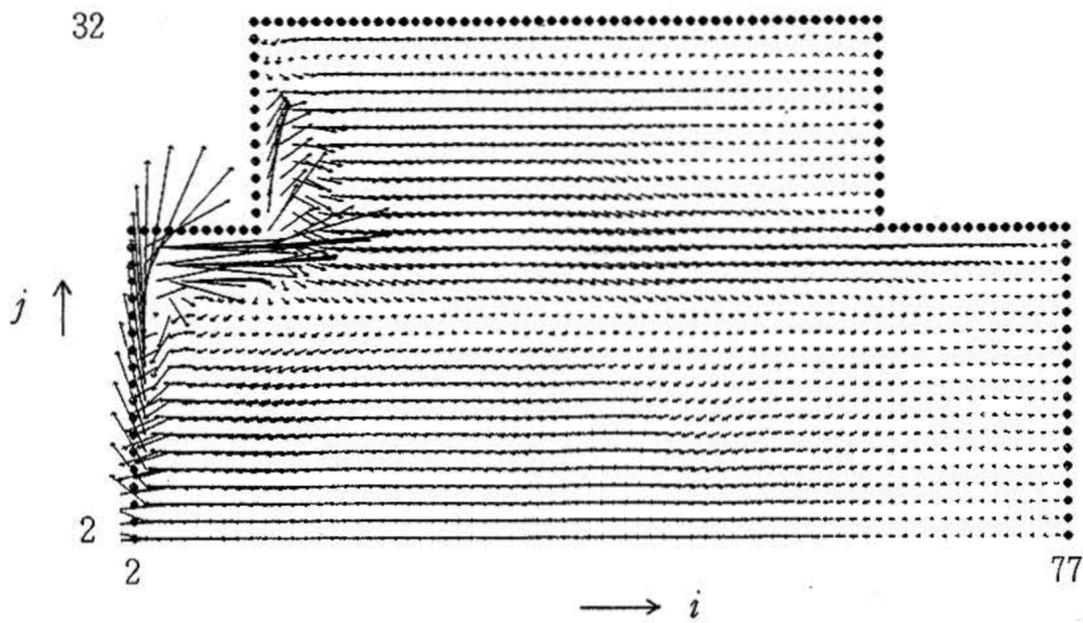
(Case II)
n = 800



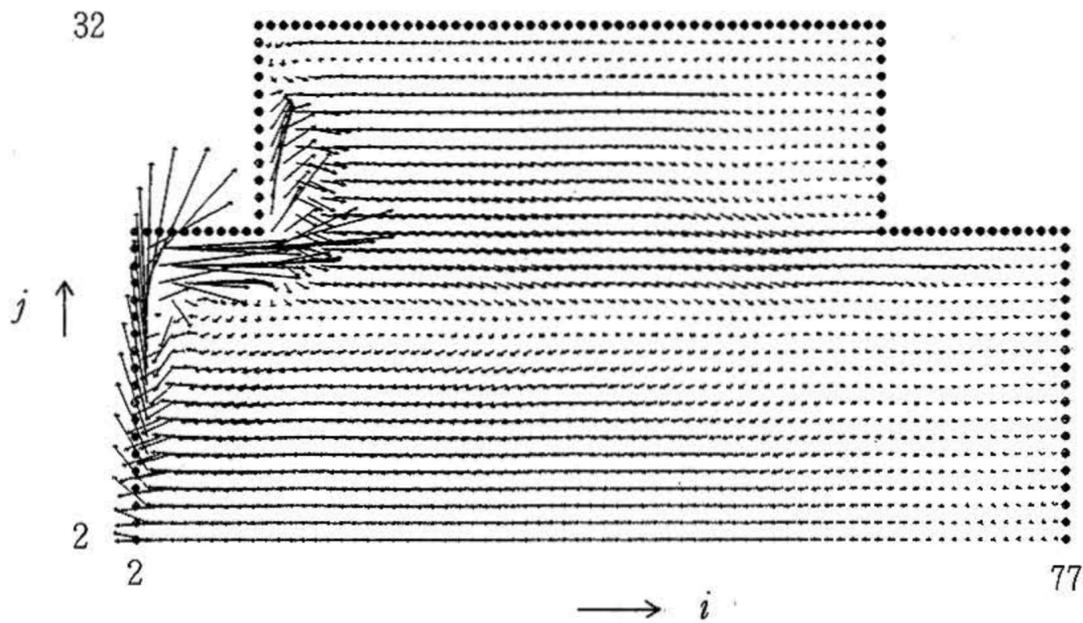
(Case II)
n = 1000



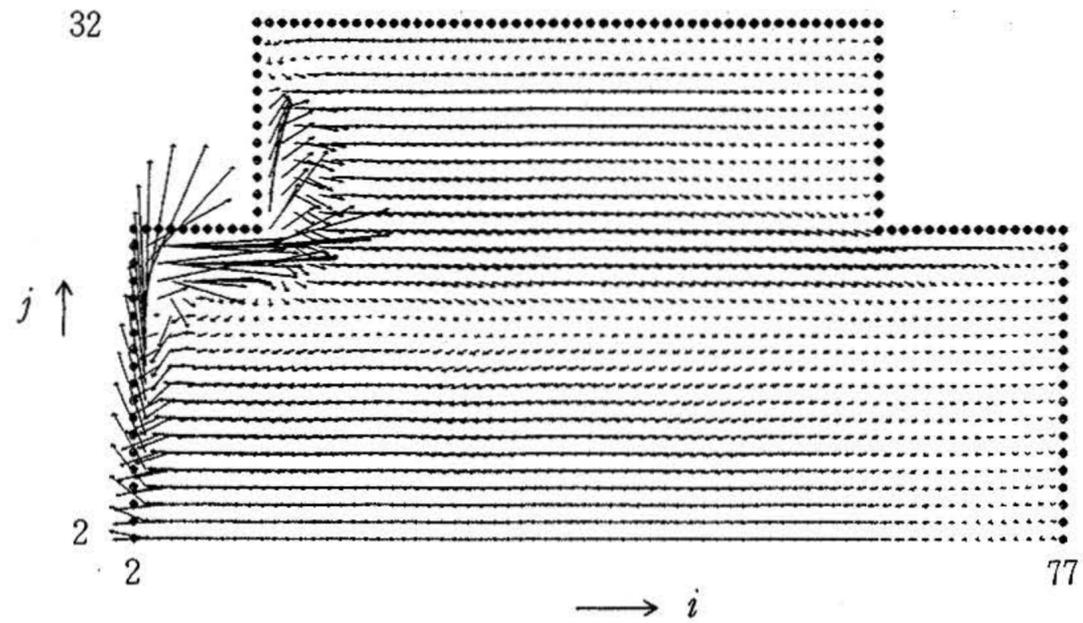
(Case II)
n = 1200



(Case II)
n = 1400



(Case II)
n = 1600



(Case II)
n = 1800

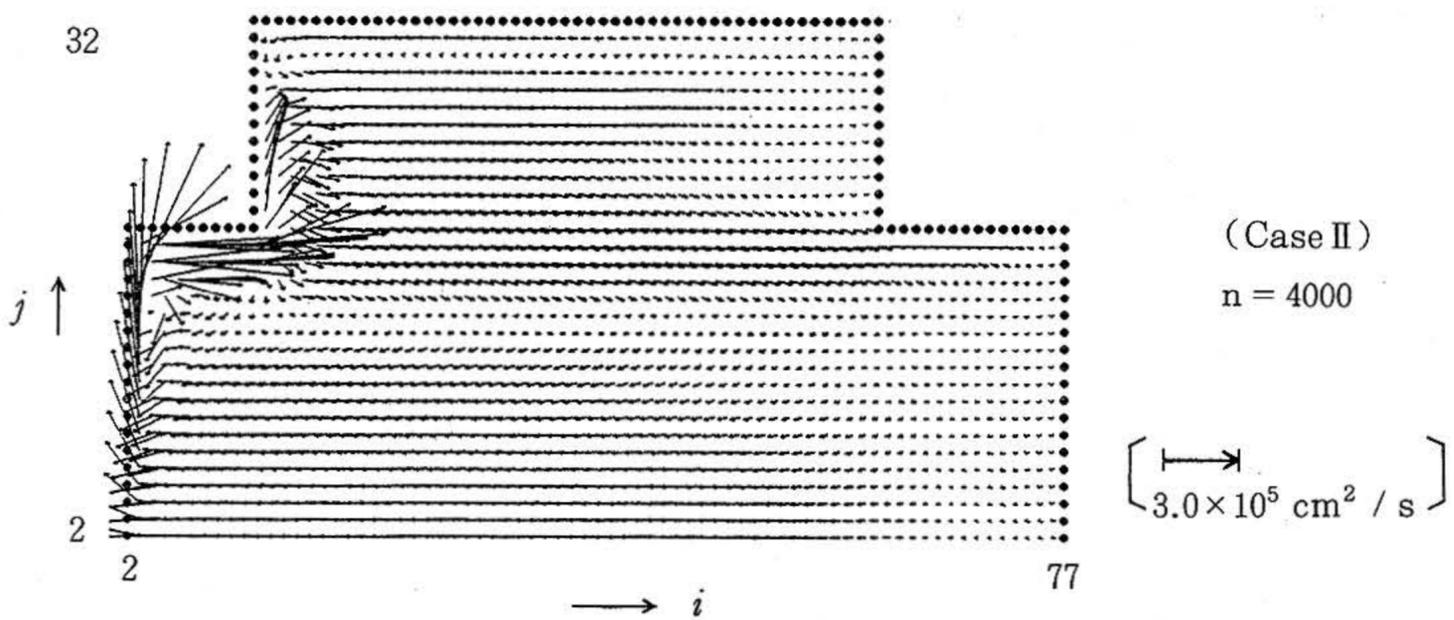
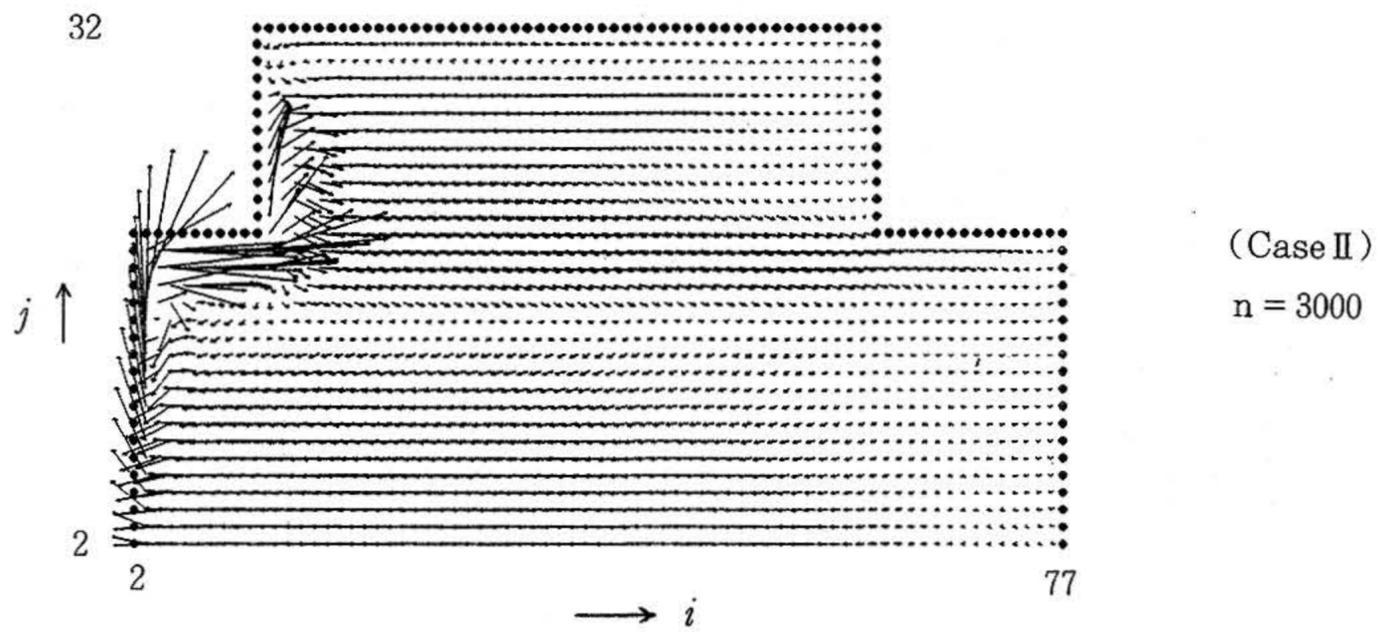
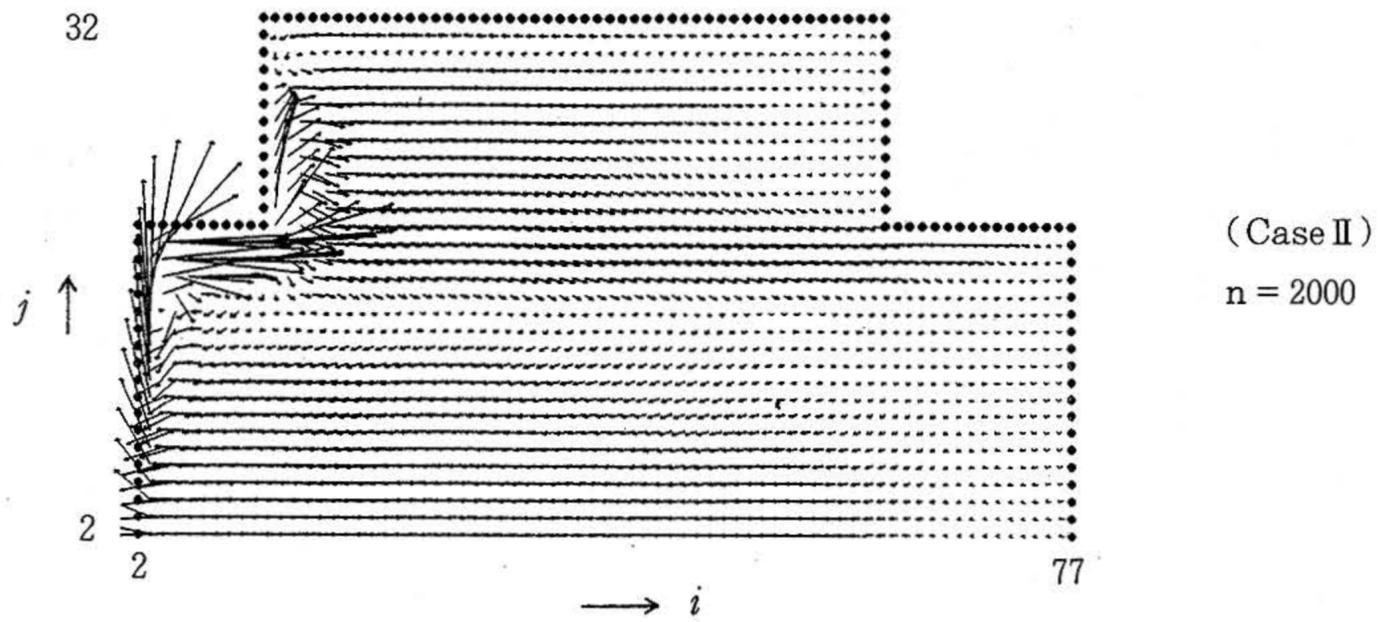
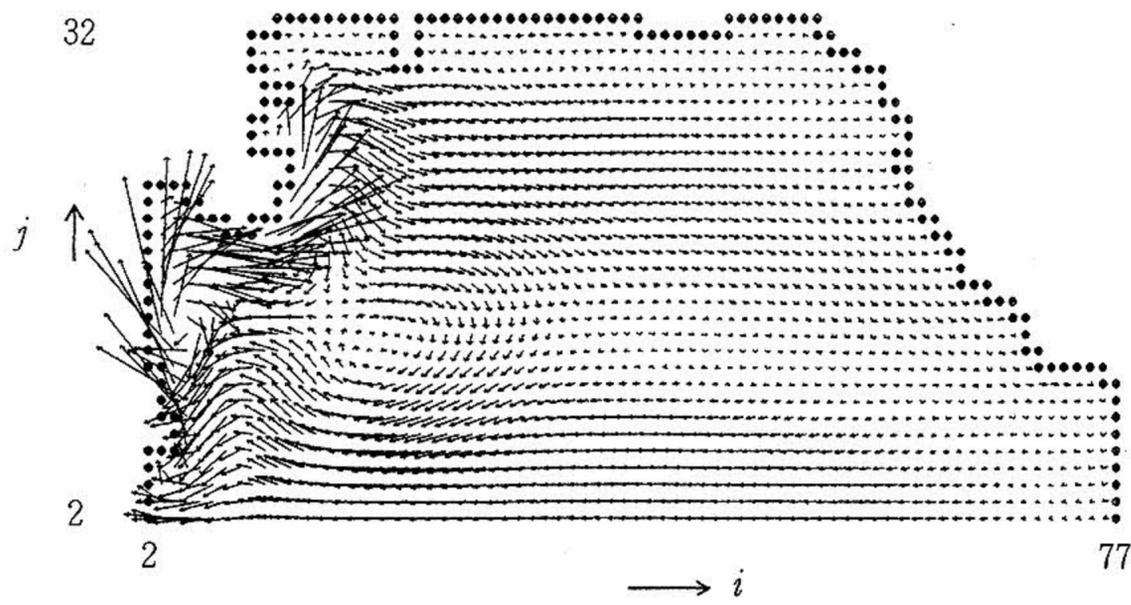
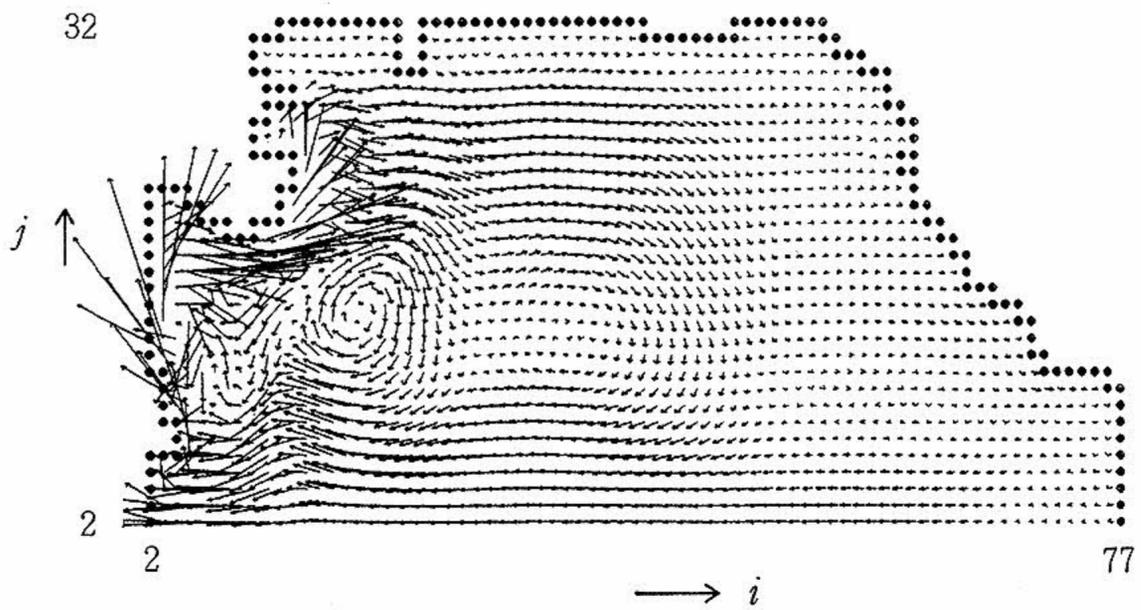


図5 八角形海域 (Case II) における体積輸送量ベクトル図

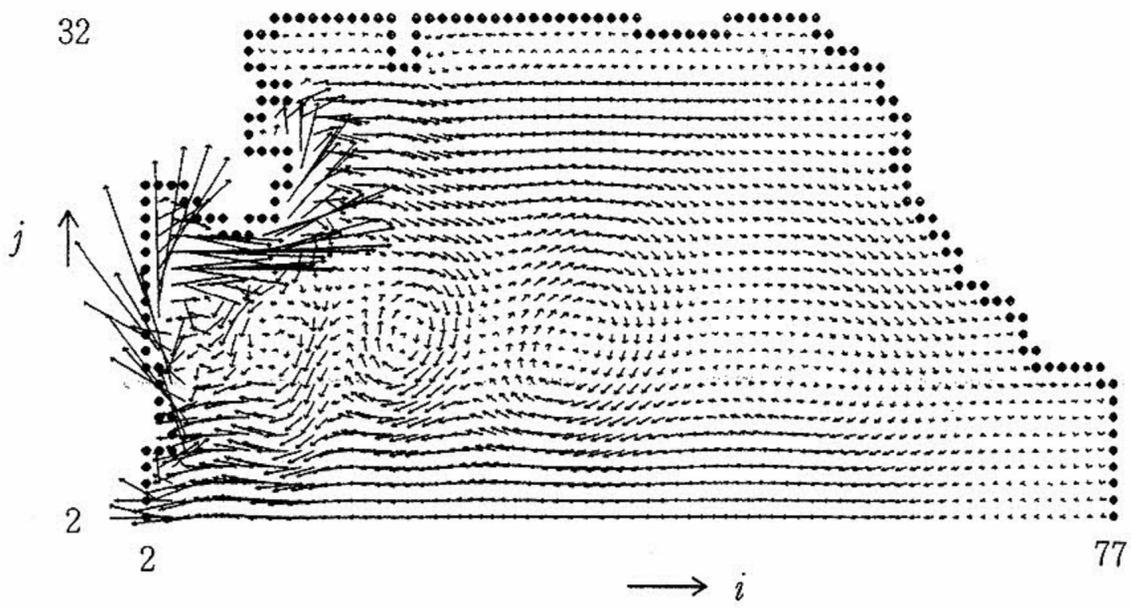
Fig.5 Diagrams of volume transport vectors for the eight polygonal ocean (Case II)



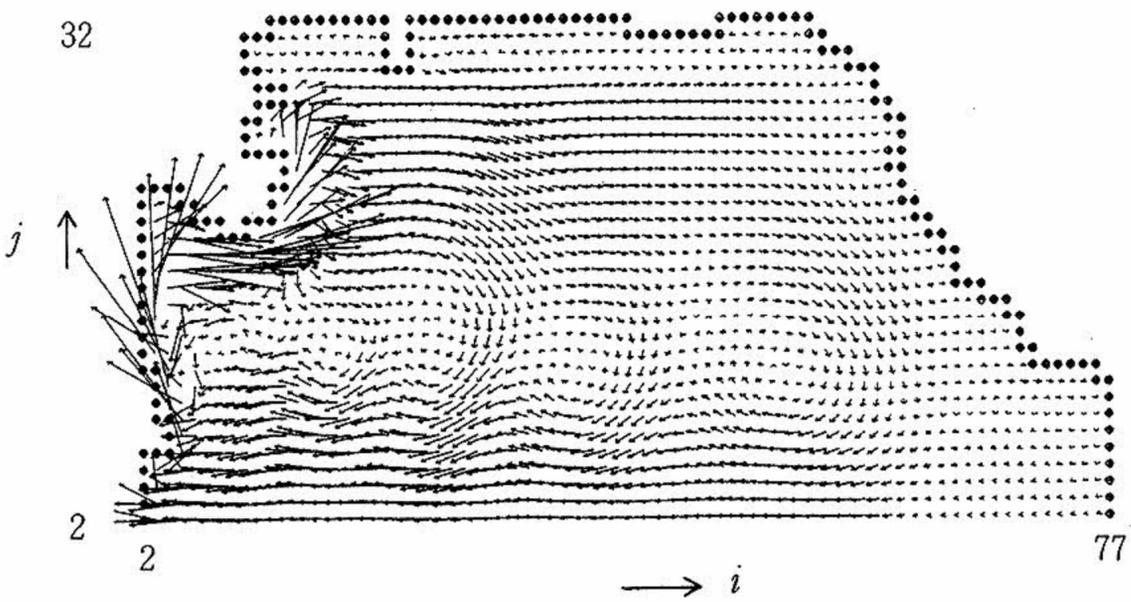
(Case III)
n = 100



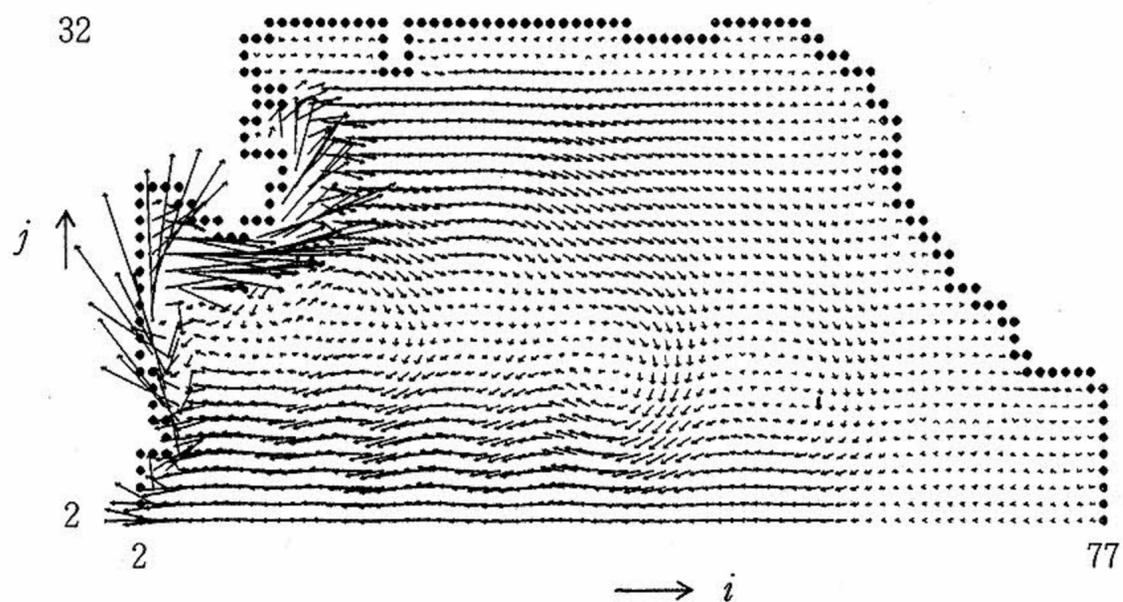
(Case III)
n = 200



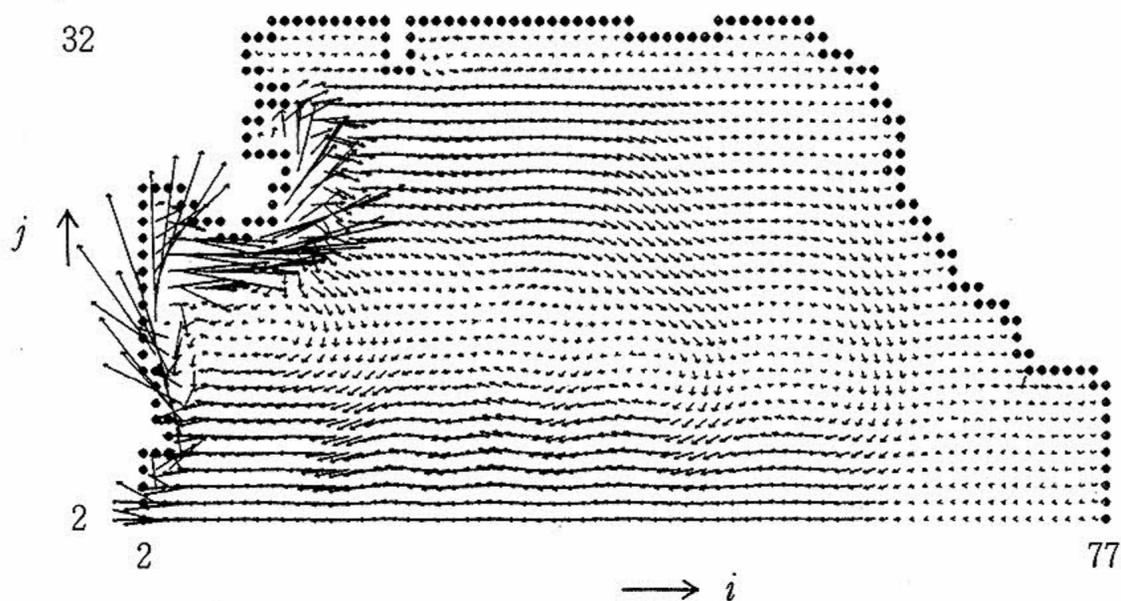
(Case III)
n = 300



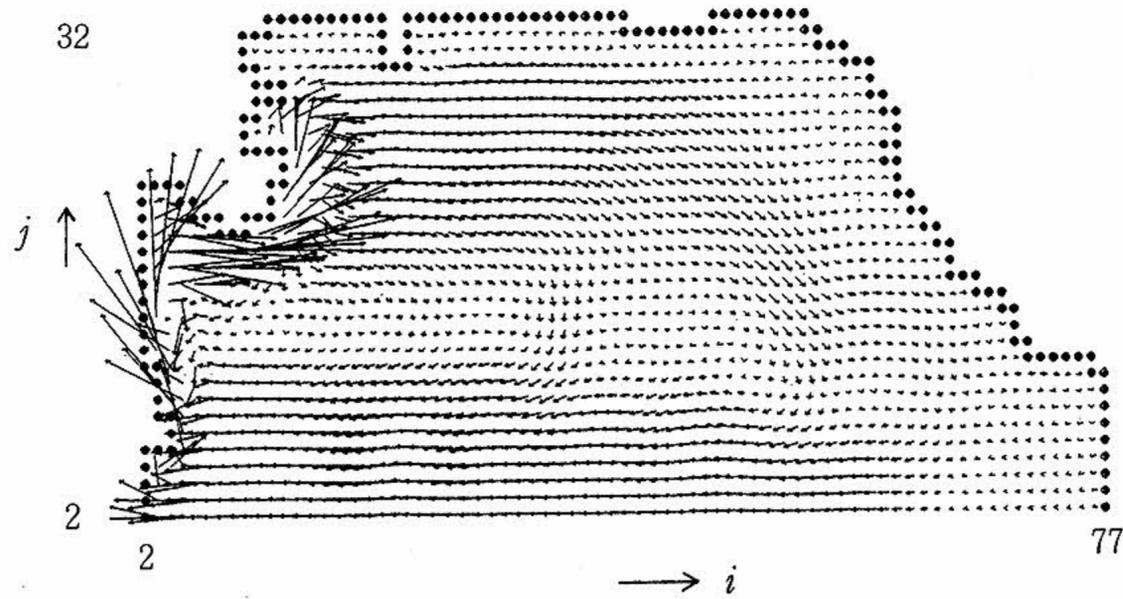
(Case III)
n = 400



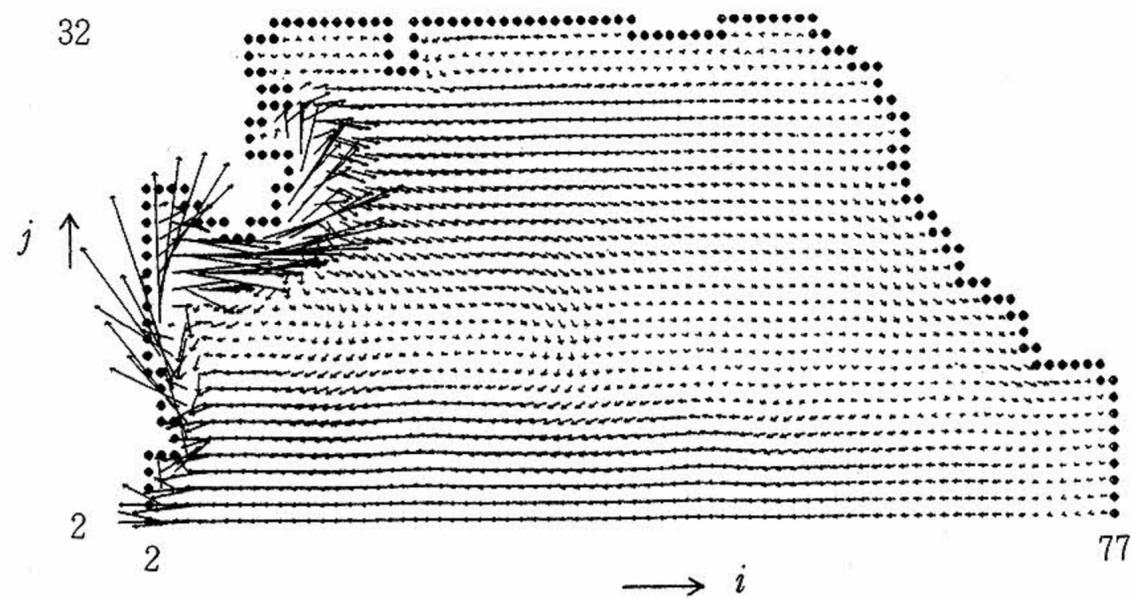
(Case III)
n = 500



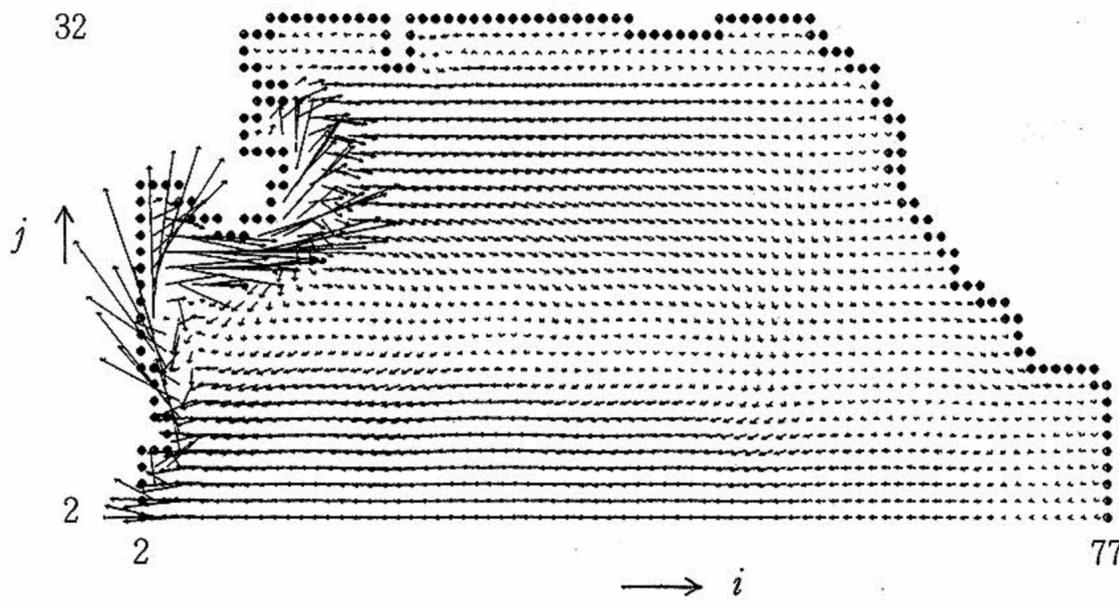
(Case III)
n = 600



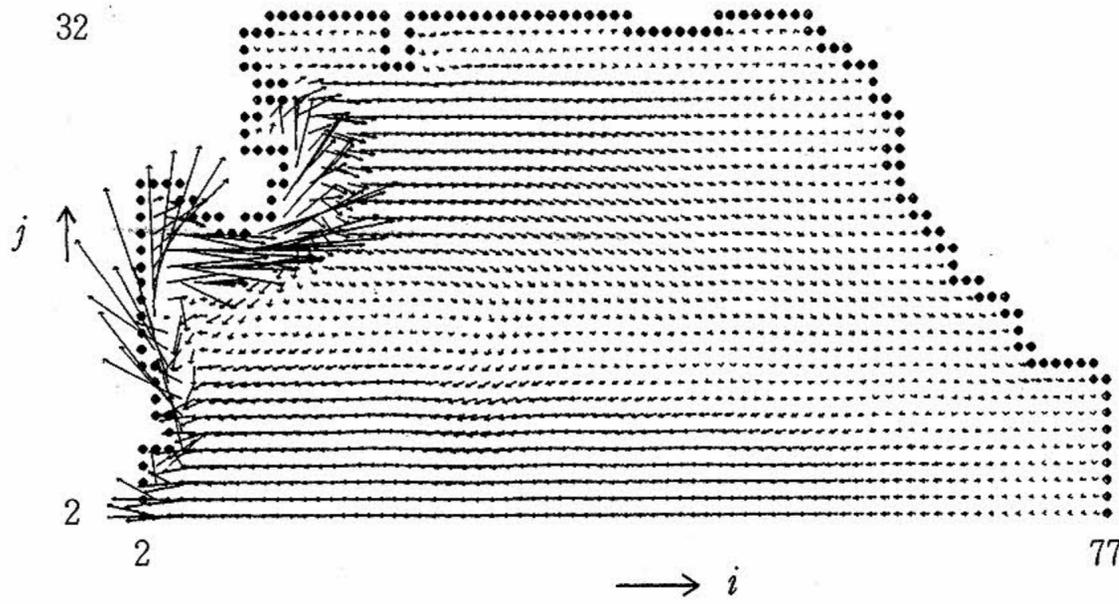
(Case III)
n = 800



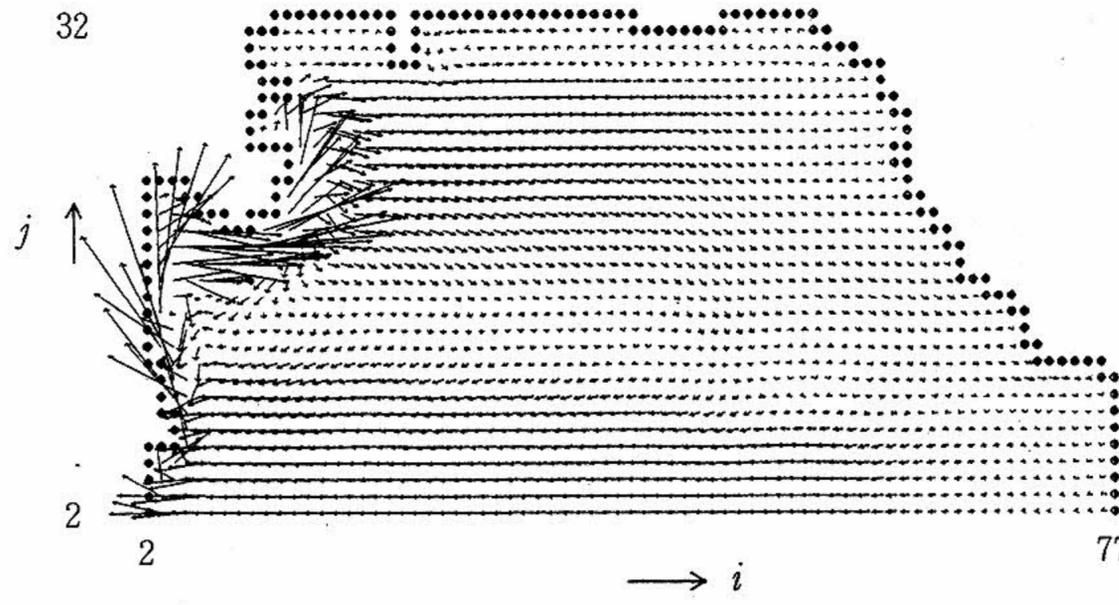
(Case III)
n = 1000



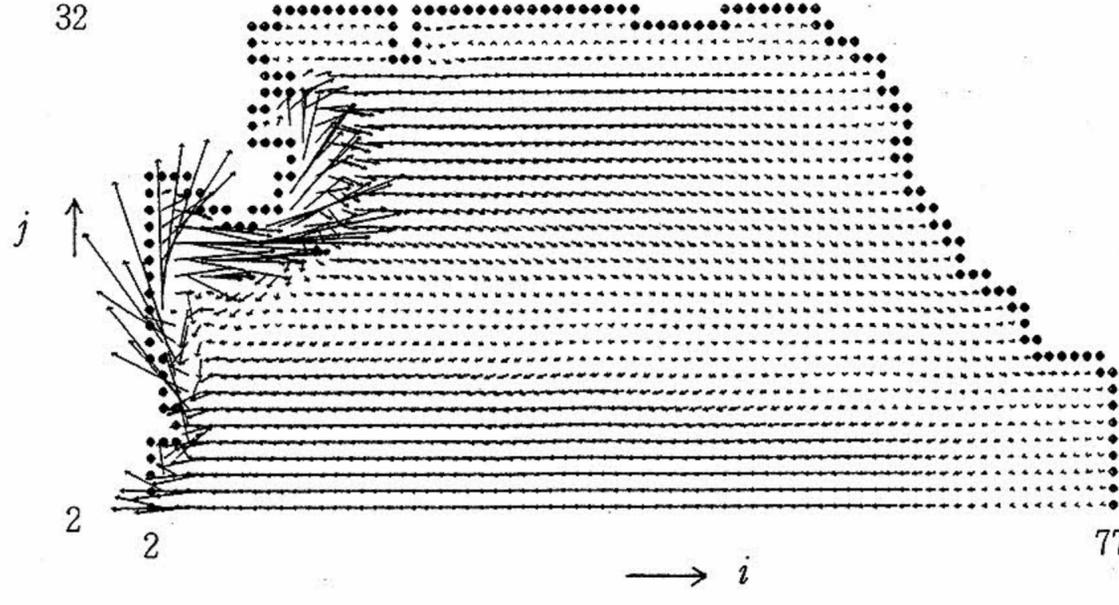
(Case III)
n = 1200



(Case III)
n = 1400



(Case III)
n = 1600



(Case III)
n = 1800

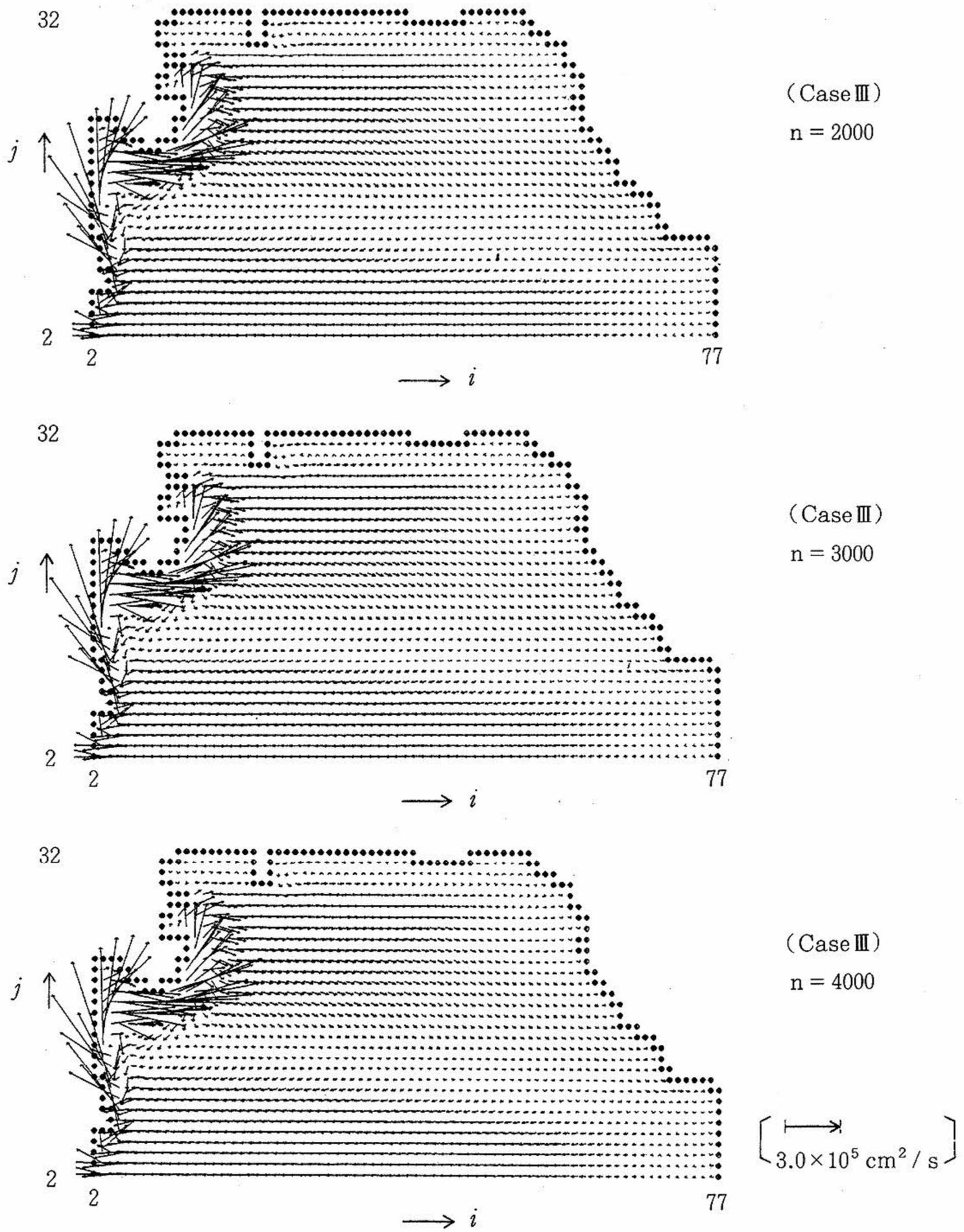


図6 実際の海域 (Case III) における体積輸送量ベクトル図
Fig.6 Diagrams of volume transport vectors for the actual ocean (Case III).

10.02×10⁵ cm²/s (φ=26°N), (Case III) では U = 5.56×10⁵ cm²/s (φ=32°N) 及び V = 8.85×10⁵ cm²/s (φ=24°N) である。

さて、数値シミュレーションの結果をチェックするために、解析的に黒潮の体積流量及び幅を見積ってみよう。まず、水平渦粘性効果または運動量移流効果が顕著であると予想される“西岸境界層”を除けば、北向き体積輸送量 V に関して風成海洋大循環に対する“Sverdrup の関係式”が近似的に成り立つ¹¹⁾。

$$V = \frac{1}{\rho\beta} \text{curl}_z [\tau]_{z=0} \quad \dots\dots (5.9)$$

ただし、βは Coriolis のパラメータ f の y 微分であり、次式によって定義される。(ρ: 密度)

$$\beta \equiv \frac{df}{dy} = \frac{2\omega}{R} \cos \varphi \quad \dots\dots (5.10)$$

(2.36) 式を用いれば、(5.9) 式は次式のように書かれる。(F: 風の海面応力の回転)

$$V = \frac{R}{2\omega\rho \cos \varphi} F \quad \dots\dots (5.11)$$

さらに、体積輸送量に関する流線関数 Φ を用いれば、(2.41) 式によって次式となる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = \frac{R^2}{2\omega\rho} F \quad \dots\dots (5.12)$$

よって、今回の計算で用いた風の応力は φ のみの関数であることから F = F(φ) と表されて (5.12) 式より次式の通り、Φ は λ に関して 1 次関数で表されることが分る。

$$\Phi(\lambda, \varphi) = \frac{R^2}{2\omega\rho} F(\varphi) \lambda + C(\varphi) \quad \dots\dots (5.13)$$

ただし、C(φ) は緯度 φ のみの任意関数である。もし、東岸 (λ = λ_R) で Φ = 0 という境界条件を課するならば、次式が得られる。

$$\Phi(\lambda, \varphi) = -\frac{R^2}{2\omega\rho} F(\varphi) (\lambda_R - \lambda) \quad \dots\dots (5.14)$$

もちろん、Sverdrup の関係式では粘性項が無視されているために、西岸 (λ = λ_L) で Φ = 0 という境界条件は満足されない。ところが、西岸境界層が薄いと予想されるために、上式で λ = λ_L すれば、ある緯度 φ における体積輸送量に関する流線関数の最大値つまり西岸境界流の体積流量 Φ_{max}(φ) を、次式によって大体見積ることができる。次式の通り、これは風の海面応力の回転値 F(φ) と海の幅に対応する経度角 (λ_R - λ_L) との積に比例することが分る。

$$\Phi_{\max}(\varphi) = -\frac{R^2}{2\omega\rho} F(\varphi) (\lambda_R - \lambda_L) \quad \dots\dots (5.15)$$

次に黒潮の幅の見積りであるが、西岸境界層が水平渦粘性によって維持されていると仮定した場合には、この“粘性境界層”の幅 L_v は次式で与えられる¹¹⁾。

$$L_v = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \left(\frac{A}{\beta} \right)^{1/3} \quad \dots\dots (5.16)$$

よって、(5.10) 式を (5.16) 式へ代入すれば、水平渦粘性係数が一定という仮定の下で、西岸境界流の幅は次式となる。この式から、高緯度ほど幅 L_v が (cos φ)^{-1/3} に比例して大きくなることが分る。

$$L_v(\varphi) = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \left(\frac{RA}{2\omega \cos \varphi} \right)^{1/3} \quad \dots\dots (5.17)$$

そこで、各海域 (Case I) (Case II) (Case III) について、(5.16) 及び (5.15) 式によって見積った西岸境界流の幅 L_v(φ) 及び体積流量 Φ_{max}(φ) の値を、表 1 と表 2 に与えた。なお、表 1 における L_v は各海域の場合は共通の値であり、コリオリ因子 f、ベータ値 β、風の海面応力 [τ_λ]_{z=0} 及びその回転 F も付記してある。また、表 2 には、各海域別に今回の数値シミュレーションによる西岸境界流の体積流量 Φ_{max}^{*}(φ) も付記した。この値は、n = 4000 におけるシミュレーション結果から、ある緯度 φ における体積輸送量に関する流線関数 Φ の最大値を選んでいる。表 1 から、黒潮に対応する西岸境界流の幅は 400~500km 程度であることが分る。一方、表 2 から海域によらず全

表1 西岸境界流の幅

Table.1 Width of western boundary current.

| 緯度 φ (°N) | コリオリ因子 f (1/s) | ベータ β (1/cm s) | 海面応力 $[\tau_\lambda]_{z=0}$ (dyn/cm ²) | 応力の回転 $F=\text{curl}[\tau_\lambda]_{z=0}$ (dyn/cm ³) | 西岸境界層の幅 L_v (cm) |
|-------------------------|------------------------|----------------------------|--|--|--------------------------|
| | $\times 10^{-4}$ | $\times 10^{-13}$ | | $\times 10^{-9}$ | $\times 10^5$ |
| 60 | 1.26 | 1.15 | 1.000 | 2.72 | 500 |
| 58 | 1.24 | 1.21 | 0.995 | 2.01 | 491 |
| 56 | 1.21 | 1.28 | 0.978 | 1.30 | 482 |
| 54 | 1.18 | 1.35 | 0.951 | 0.60 | 474 |
| 52 | 1.15 | 1.41 | 0.914 | -0.08 | 467 |
| 50 | 1.12 | 1.47 | 0.866 | -0.73 | 460 |
| 48 | 1.08 | 1.53 | 0.809 | -1.36 | 454 |
| 46 | 1.05 | 1.59 | 0.743 | -1.94 | 448 |
| 44 | 1.01 | 1.65 | 0.669 | -2.49 | 443 |
| 42 | 0.98 | 1.70 | 0.588 | -2.98 | 438 |
| 40 | 0.94 | 1.75 | 0.500 | -3.42 | 434 |
| 38 | 0.90 | 1.80 | 0.407 | -3.80 | 430 |
| 36 | 0.86 | 1.85 | 0.309 | -4.13 | 426 |
| 34 | 0.82 | 1.90 | 0.208 | -4.39 | 423 |
| 32 | 0.77 | 1.94 | 0.105 | -4.58 | 419 |
| 30 | 0.73 | 1.98 | 0.000 | -4.71 | 417 |
| 28 | 0.68 | 2.02 | -0.105 | -4.77 | 414 |
| 26 | 0.64 | 2.06 | -0.208 | -4.77 | 411 |
| 24 | 0.59 | 2.09 | -0.309 | -4.69 | 409 |
| 22 | 0.55 | 2.12 | -0.407 | -4.56 | 407 |
| 20 | 0.50 | 2.15 | -0.500 | -4.36 | 405 |
| 18 | 0.45 | 2.18 | -0.588 | -4.11 | 404 |
| 16 | 0.40 | 2.20 | -0.669 | -3.80 | 402 |
| 14 | 0.35 | 2.22 | -0.743 | -3.44 | 401 |
| 12 | 0.30 | 2.24 | -0.809 | -3.04 | 400 |
| 10 | 0.25 | 2.25 | -0.866 | -2.59 | 399 |
| 8 | 0.20 | 2.27 | -0.914 | -2.12 | 398 |
| 6 | 0.15 | 2.28 | -0.951 | -1.61 | 398 |
| 4 | 0.10 | 2.28 | -0.978 | -1.09 | 397 |
| 2 | 0.05 | 2.29 | -0.995 | -0.55 | 397 |
| 0 | 0.00 | 2.29 | -1.000 | 0.00 | 397 |

体的傾向として、Sverdrup 関係式による西岸境界層の体積流量の見積り値はシミュレーション結果の値に比べやや低目であることに気がつく。しかしながら、体積流量の緯度方向分布は、定性的に両者でかなり類似している。数値シミュレーション結果による最大体積流量は、(Case I) については $\varphi=28^\circ\text{N}$ で $25.5 \times 10^{12} \text{ cm}^3/\text{s}$ 、(Case II) については $\varphi=26^\circ\text{N}$ で $40.6 \times 10^{12} \text{ cm}^3/\text{s}$ 、(Case III) については $\varphi=24^\circ\text{N}$ で $36.2 \times 10^{12} \text{ cm}^3/\text{s}$ であり、黒潮の体積流量の観測値 $30 \sim 60 \times 10^{12} \text{ cm}^3/\text{s}$ に比

べて比較的大体合っていると言える。最大体積流量をとる緯度は、(Case I) では F が最大値をとる緯度 $\varphi=28^\circ\text{N}$ と一致しているが、(Case II) (Case III) と海岸地形が複雑になるほど、低緯度へ移動している。これは、北太平洋の海岸地形にともない高緯度ほど海域幅が狭くなっているためであり、(5.15) 式から容易に理解できる。

表2 西岸境界流の体積流量

Table.2 Volume flux of western boundary current.

(Φ : Sverdrup の関係式による計算値, Φ^* : 数値シミュレーションによる計算値)

| 緯度 | Case I | | Case II | | Case III | |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|
| φ (°N) | Φ_{\max} (cm^3/s) | Φ^*_{\max} (cm^3/s) | Φ_{\max} (cm^3/s) | Φ^*_{\max} (cm^3/s) | Φ_{\max} (cm^3/s) | Φ^*_{\max} (cm^3/s) |
| | $\times 10^{12}$ | $\times 10^{12}$ | $\times 10^{12}$ | $\times 10^{12}$ | $\times 10^{12}$ | $\times 10^{12}$ |
| 60 | — | 0.0 | — | 0.0 | — | 0.0 |
| 58 | -9.5 | -1.3 | -9.5 | -1.3 | -3.2 | -0.9 |
| 56 | -6.1 | -2.2 | -6.1 | -2.2 | -3.9 | -1.5 |
| 54 | -2.8 | -1.8 | -2.8 | -1.8 | -1.9 | -1.1 |
| 52 | 0.4 | 0.1 | 0.4 | 0.2 | 0.3 | 0.9 |
| 50 | 3.5 | 2.9 | 3.5 | 2.9 | 3.2 | 2.8 |
| 48 | 6.4 | 6.2 | 6.4 | 6.0 | 6.3 | 6.5 |
| 46 | 9.2 | 9.5 | 9.2 | 9.2 | 9.3 | 9.6 |
| 44 | 11.7 | 12.5 | 11.7 | 12.1 | 11.0 | 11.2 |
| 42 | 14.1 | 15.3 | 14.1 | 15.3 | 13.2 | 13.7 |
| 40 | 16.1 | 18.0 | 16.1 | 18.3 | 15.5 | 15.7 |
| 38 | 17.9 | 20.2 | 17.9 | 20.4 | 10.8 | 19.3 |
| 36 | 19.5 | 22.0 | 19.5 | 21.5 | 15.6 | 20.4 |
| 34 | 20.7 | 23.5 | 31.0 | 25.1 | 24.8 | 23.0 |
| 32 | 21.6 | 24.6 | 32.4 | 28.0 | 26.8 | 25.0 |
| 30 | 22.2 | 25.2 | 33.3 | 35.2 | 28.0 | 27.0 |
| 28 | 22.5 | 25.5 | 33.8 | 40.1 | 28.4 | 32.6 |
| 26 | 22.5 | 25.4 | 33.7 | 40.6 | 29.2 | 35.6 |
| 24 | 22.1 | 24.9 | 33.2 | 38.9 | 29.7 | 36.2 |
| 22 | 21.5 | 24.0 | 32.3 | 36.8 | 29.2 | 35.8 |
| 20 | 20.6 | 22.8 | 30.9 | 34.8 | 28.0 | 32.2 |
| 18 | 19.4 | 21.4 | 29.1 | 32.6 | 26.4 | 28.7 |
| 16 | 17.9 | 19.6 | 26.9 | 30.0 | 26.2 | 30.1 |
| 14 | 16.2 | 17.7 | 24.4 | 27.0 | 24.0 | 27.0 |
| 12 | 14.3 | 15.7 | 21.5 | 23.8 | 20.9 | 21.2 |
| 10 | 12.2 | 13.6 | 18.4 | 20.5 | 17.9 | 19.3 |
| 8 | 10.0 | 11.2 | 15.0 | 16.8 | 14.6 | 15.6 |
| 6 | 7.6 | 8.6 | 11.4 | 12.9 | 11.4 | 13.5 |
| 4 | 5.1 | 5.8 | 7.7 | 8.7 | 7.7 | 9.9 |
| 2 | 2.6 | 2.9 | 3.9 | 4.4 | 3.9 | 5.9 |
| 0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

6 おわりに

北太平洋の海岸線に対する近似の仕方によって、球面座標上で長方形海域・八角形海域・実際的な海域の場合について、風成海洋大循環の数値シミュレーションを行った。今回の計算では、体積輸送量に関する渦度方程式の差分化にはエクスプリシッド・スキームと Euler-松野・スキームが用いられ、2度メッシュで時間刻み幅を6000秒とし

て、差分方程式を4000ステップまで時間積分した。

本研究によって、海岸地形の海流等に及ぼす影響がかなり明確になったものと思われる。そこで、今後は、海岸地形のみならず、北太平洋に対する海面応力分布にも実測値を用い、数値シミュレーション結果と観測値とのより定量的な比較を行いたいと思っている。

本稿を終るにあたり、本研究に際してお世話に

なった皆様方に感謝の意を表します。なお、本文中に引用はされなかったが、本研究を通して大いに参考にした文献資料を参考文献として列記しておいた^{12)~28)}。

参考文献

- 1) 黒山順二：北太平洋に対する風成海洋大循環モデルについて，海洋科学技術センター試験研究報告，第22号，pp.145-172,(1989)
- 2) ロッタ, J. C. (大路通雄 訳)：乱流，岩波書店(1975)(1977)
- 3) プラントル, L. (白倉昌明・橋藤雄 監訳)：流れ学(上)(下)，コロナ社,(1978)，(岩波全書136)
- 4) 谷 一郎：流れ学(第3版)，岩波書店，(1983)
- 5) 生井武文・井上雅弘：粘性流体の力学，理工学社(1982)
- 6) 古屋善正：流体力学Ⅱ，共立出版，(1978)
- 7) Gill, A. E. : Atmosphere-Ocean Dynamics, Academic Press, (1982), (International Geophysics Series, Vol.30)
- 8) Bryan, K. and M. D. Cox : A nonlinear model of an ocean driven by wind and differential heating ; PartI. Description of the three-dimensional velocity and density fields, J. Atm. Sci. Vol.25, No.6, pp.945-967,(1968)
- 9) 高野健三：“第I編 海洋大循環”，海洋物理Ⅱ，東海大学出版会，pp.1-128，(1972)，(海洋科学基礎講座2)
- 10) 杉ノ原伸夫・大西行雄：“数値研究(その手法)”，環境科学としての海洋学2，東京大学出版会，pp.234-271,(1978)
- 11) 友田好文・高野健三：海洋，共立出版，(1983)
- 12) Takano, K. : A general circulation model for the world ocean, Technical Report No. 8, Department of Meteorology, University of California at Los Angeles, 46p., (1974)
- 13) Ocean Science Committee of the Ocean Affairs Board : Numerical Models of Ocean Circulation, (Proceedings of a symposium held at Durham, New Hampshire October 17-20, 1972), National Academy of Sciences, (1975)
- 14) Pond, S. and G. L. Pickard : Introductory Dynamical Oceanography(Second edition), Pergamon Press,(1986)
- 15) Pickard, G. L. and W. J. Emery : Descriptive Physical Oceanography-An Introduction (Fourth enlarged edition), Pergamon Press,(1982)
- 16) 気象庁編：海洋観測指針，日本気象協会，(1985)
- 17) 今井 功：流体力学(前編)，裳華房，(1979)，(物理選書14)
- 18) 角谷典彦：連続体力学，共立出版，(1980)
- 19) Schlichting, H. (translated by J. Kestin) : Boundary-Layer Theory (seventh edition), McGraw-Hill Book Company,(1979)
- 20) 白倉昌明・大橋秀雄：流体力学(2)，コロナ社，(1981)，(標準機械工学講座23)
- 21) 巽友正：流体力学，培風館，(1984)
- 22) バチェラー, G. K. (橋本英典・松信八十男 他 共訳)：入門流体力学，東京電機大学出版局，(1981)
- 23) 安達忠次：ベクトルとテンソル，培風館，(1984)
- 24) 小林紘士，和田明，角湯正剛：流体数値実験，朝倉書店，(1989)
- 25) ローチェ, P. J. : コンピュータによる流体力学<上><下>，構造計画研究所，(1987)(1984)
- 26) 新田尚 他：気象力学に用いられる数値計算法，気象研究ノート第110号，日本気象学会，(1972)
- 27) Fletcher, C. A. J. : Computational Techniques for Fluid Dynamics Vol. I & II, Springer-Verlag, (1988), (Springer Series in Computational Physics)
- 28) 和達清夫 監修：海洋大事典，東京堂出版，(1987)

(原稿受理：1990年6月18日)

<付録> 差分形渦度方程式 (3.1) における
係数及び強制項の定義式

本文中の 3.1 節において、簡単化のために差分形
の渦度方程式を (3.1) 式で表したが、その係
数 a_j, b_j, c_j, d_j, e_j 及び強制項 $\psi_{i,j}$ は、
各差分スキームの場合に応じて以下の通り定義さ
れる。(差分スキームの違いについては、第 1 報¹⁾
を参照されたい。) ただし、 X_j の定義より次のよ
うな関係式が成り立つ。

$$\frac{\cos \varphi_{j+\frac{1}{2}}}{\cos \varphi_j} = \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{X_j}, \quad \frac{\cos \varphi_{j-\frac{1}{2}}}{\cos \varphi_j} = \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{X_j} \quad \dots\dots\dots (付 1.1)$$

① エクスプリシット・スキームの場合

$$a_j \equiv \frac{Y}{X_j} \quad \dots\dots\dots (付 1.2)$$

$$b_j \equiv \frac{Y}{X_j} \quad \dots\dots\dots (付 1.3)$$

$$c_j \equiv \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.4)$$

$$d_j \equiv \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.5)$$

$$e_j \equiv 2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \dots (付 1.6)$$

下記 $\dots (付 1.7)$

② 完全インプリシット・スキームの場合

$$a_j \equiv \frac{Y}{X_j} - \frac{2\omega}{R} \Delta t Y \cos \varphi_j \dots (付 1.8)$$

$$\begin{aligned} \psi_{i,j} \equiv & X_j Y \zeta_{i,j}^{n-1} + 2 \Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^n \cos \varphi_j + A \left\{ \frac{Y}{X_j} \left(\zeta_{i+1,j}^{n-1} + \zeta_{i-1,j}^{n-1} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{n-1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{n-1} - \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{n-1} \right\} \right. \\ & \left. + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots (付 1.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{i,j} \equiv & X_j Y \zeta_{i,j}^{n-1} + 2 \Delta t \left[A \left\{ \frac{Y}{X_j} \left(\zeta_{i+1,j}^{n-1} + \zeta_{i-1,j}^{n-1} \right) + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{n-1} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{n-1} - \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{n-1} \right\} + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \dots (付 1.13) \end{aligned}$$

$$b_j \equiv \frac{Y}{X_j} + \frac{2\omega}{R} \Delta t Y \cos \varphi_j \dots (付 1.9)$$

$$c_j \equiv \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.10)$$

$$d_j \equiv \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.11)$$

$$e_j \equiv 2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.12)$$

下記 $\dots (付 1.13)$

③ セミ・インプリシット・スキームの場合

$$a_j \equiv \frac{Y}{X_j} - \frac{\omega}{R} \Delta t Y \cos \varphi_j \dots (付 1.14)$$

$$b_j \equiv \frac{Y}{X_j} + \frac{\omega}{R} \Delta t Y \cos \varphi_j \dots (付 1.15)$$

$$c_j \equiv \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.16)$$

$$d_j \equiv \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.17)$$

$$e_j \equiv 2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \quad \dots\dots\dots (付 1.18)$$

$$\begin{aligned} \psi_{i,j} \equiv & X_j Y \zeta_{i,j}^{n-1} + 2 \Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y \left(V_{i,j}^n - \frac{1}{2} V_{i,j}^{n-1} \right) \cos \varphi_j \right. \\ & + A \left\{ \frac{Y}{X_j} \left(\zeta_{i+1,j}^{n-1} + \zeta_{i-1,j}^{n-1} \right) + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{n-1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{n-1} \right. \\ & \left. \left. - \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{n-1} \right\} + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots (\text{付 1.19}) \end{aligned}$$

④ Euler-松野・スキームの場合

このスキームは2段階から構成されており、第1段階で求めた第1近似値を用いて第2段階で第2近似が得られる構造になっている。第1及び第2段階ともに、係数 a_j, b_j, c_j, d_j, e_j の定義式はエクспリシット・スキームの場合と同じであり、(付1.2)～(付1.6)式で与えられる。上記の第1段階で求めた第1近似値に*印を付けて表せば、第1及び第2段階における強制項 $\psi_{i,j}$ 及び $\psi_{i,j}^*$ は以下のように定義される。(ただし、ここでの*印は、3.2節のSOR法の適用における逐次近似値とは別の意味に使われている点

に注意されたい。)

下記 … (付1.20), (付1.21)

<付録2> SOR法適用における“初期残差”の計算式

本文中の3.3節で述べたように、ある時間レベルにおいてSOR法を用いて差分形の渦度方程式を解く際には、まず各格子点の初期残差を計算しなければならない。緩和反復の初期値を $\phi^{n+1} = \phi^{n-1}$ すなわち $\zeta^{n+1} = \zeta^{n-1}, V^{n+1} = V^{n-1}$ とすれば、各差分スキームの場合に応じて、各格子点の初期残差は以下の式によって計算される。

① エクспリシット・スキームの場合

下記 … (付2.1)

④-1 第1段階における強制項

$$\begin{aligned} \psi_{i,j} \equiv & X_j Y \zeta_{i,j}^n + \Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^n \cos \varphi_j \right. \\ & + A \left\{ \frac{Y}{X_j} \left(\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i-1,j}^n \right) + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^n + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^n \right. \\ & \left. \left. - \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^n \right\} + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots (\text{付 1.20}) \end{aligned}$$

④-2 第2段階における強制項

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}^* \equiv & X_j Y \zeta_{i,j}^n + \Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^{*n+1} \cos \varphi_j \right. \\ & + A \left\{ \frac{Y}{X_j} \left(\zeta_{i+1,j}^{*n+1} + \zeta_{i-1,j}^{*n+1} \right) + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{*n+1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{*n+1} \right. \\ & \left. \left. - \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{*n+1} \right\} + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots (\text{付 1.21}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{i,j} = & -2 \Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^{n-1} \cos \varphi_j + A \left\{ \frac{Y}{X_j} \left(\zeta_{i+1,j}^{n-1} + \zeta_{i-1,j}^{n-1} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{n-1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{n-1} - \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{n-1} \right\} \right. \\ & \left. + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots (\text{付 2.1}) \end{aligned}$$

② 完全インプリシット・スキームの場合

$$\begin{aligned}
 E_{i,j} = & -2 \Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^{n-1} \cos \varphi_j + A \left\{ \frac{Y}{X_j} (\zeta_{i+1,j}^{n-1} + \zeta_{i-1,j}^{n-1}) \right. \right. \\
 & + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{n-1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{n-1} - \left. \left. \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{n-1} \right\} \right. \\
 & \left. + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots \text{(付 2.2)}
 \end{aligned}$$

③ セミ・インプリシット・スキームの場合

$$\begin{aligned}
 E_{i,j} = & -2 \Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^n \cos \varphi_j + A \left\{ \frac{Y}{X_j} (\zeta_{i+1,j}^{n-1} + \zeta_{i-1,j}^{n-1}) \right. \right. \\
 & + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{n-1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{n-1} - \left. \left. \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{n-1} \right\} \right. \\
 & \left. + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots \text{(付 2.3)}
 \end{aligned}$$

④ Euler-松野・スキームの場合

④-1 第1段階

$$\begin{aligned}
 E_{i,j} = & -\Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^n \cos \varphi_j + A \left\{ \frac{Y}{X_j} (\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i-1,j}^n) \right. \right. \\
 & + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^n + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^n - \left. \left. \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^n \right\} \right. \\
 & \left. + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots \text{(付 2.4)}
 \end{aligned}$$

④-2 第2段階

$$\begin{aligned}
 E_{i,j} = & -\Delta t \left[-\frac{2\omega}{R} X_j Y V_{i,j}^{*n+1} \cos \varphi_j + A \left\{ \frac{Y}{X_j} (\zeta_{i+1,j}^{*n+1} + \zeta_{i-1,j}^{*n+1}) \right. \right. \\
 & + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j+1}^{*n+1} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \zeta_{i,j-1}^{*n+1} - \left. \left. \left(2 \frac{Y}{X_j} + \frac{X_{j+\frac{1}{2}}}{Y} + \frac{X_{j-\frac{1}{2}}}{Y} \right) \zeta_{i,j}^{*n+1} \right\} \right. \\
 & \left. + X_j Y F_{i,j}^n / [\rho]_{z=0} \right] \quad \dots\dots\dots \text{(付 2.5)}
 \end{aligned}$$

以上